1) $\boxed{2 < a < 3 \text{ et } -5 < b < 2 \quad \text{Encadrer } A = ab}$ (C 070b)

- 1er cas : $-5 < b \leq 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < -b < 5$ et $2 < a < 3$

  $\Rightarrow \quad 0 < -ab < 15$ (car tout est positif) $\quad \Rightarrow \quad \underline{-15 < ab < 0}$
- 2ème cas : $0 \leq b < 2$ et $2 < a < 3 \quad \Rightarrow \quad \underline{0 \leq ab < 6}$ (tt est positif)

Dans tous les cas : $-15 < A < 6$

2) Dans $\mathbb{R}$: $x^2 - 3x > 0 \iff x(x-3) > 0$ (C 076a)
$\iff x < 0$ OU $x > 3 \iff x \in]-\infty, 0[\cup]3, +\infty[$

3) $\dfrac{1}{\tan x} = \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$ (C 112a)

4) Pour $z \in \mathbb{C}$, $\quad z + \overline{z} = 2.\text{Re}(z)$ (C 210c)

5) $\forall z \in \mathbb{C}^*, \ \arg\big(-z\big) = \arg(z) + \pi \quad [2\pi]$ (C 237)

$\boxed{\text{En effet,} \quad \arg\big(-1.z\big) = \arg\big(z\big) + \arg\big(-1\big) = \arg\big(z\big) + \pi \quad [2\pi]}$

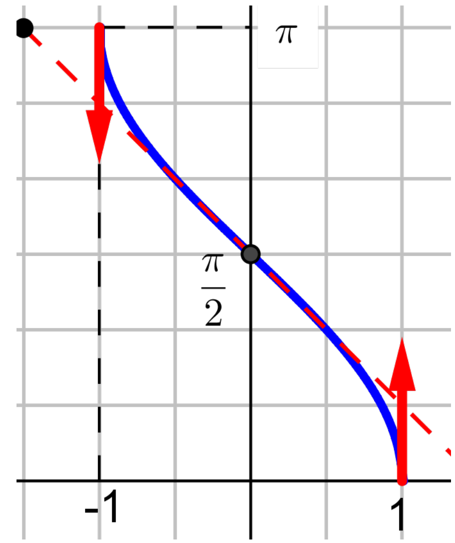
6) __Déf__ : $z \in \mathbb{C}$ est une racine n-ième de l'unité $\iff z^n = 1$ (C 320a)

7) Soient 2 points $A, \ B$ d'affixes respectives $a, \ b$ (C 350b)

Interprétation __géométrique__ : $\quad |a - b| = AB$

8) $\left(\dfrac{1}{x^n}\right)' = \quad (x^{-n})' = (-n)x^{-n-1} = \boxed{\dfrac{-n}{x^{n+1}}}$ (C 409)

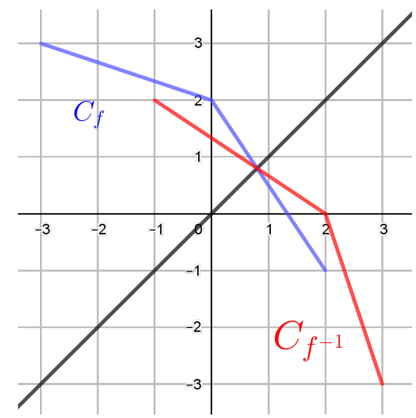
9) Tracer l'allure de la courbe de $\quad x \mapsto \arccos x$ (C 451)



Tracer la tangente en 0 qui a pour équation : $y = -x + \frac{\pi}{2}$

$\boxed{\text{Remarque : avec l'approximation } \pi \simeq 3 \text{, la tangente passe par les points } (0;\pi/2) \text{ et } (-1.5;\pi)}$

10) On a représenté le graphe d'une fonction f définie sur $[-3, 1]$
Tracer le graphe de f^{-1}, la fonction réciproque de f (C 453b)



11) Défintion (u_n) est une suite géométrique de raison q. (C 514a)
$\iff$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = q.u_n$

12) Pour $n \geq 0$, on pose $S_n = \sum_{k=n}^{2n} u_k$ (C 538a)

Alors $S_{n+1} - S_n = \sum_{k=n+1}^{2n+2} u_k - \sum_{k=n}^{2n} u_k = u_{2n+2} + u_{2n+1} - u_n$

13) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 580d)

Pour $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \leq 4 \quad \Rightarrow \quad x \geq -2$

En effet, $x^2 \leq 4 \iff -2 \leq x \leq 2$
et $-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \geq -2$
La réciproque bien sûr est fausse

14) La propriété suivante est fausse : (C 602c)

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, \lfloor x+y \rfloor = \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor$$

Contre-exemple : $x = 0,7,\ y = 0,8,\ \lfloor x+y \rfloor = 1,\ \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor = 0$

15) Binôme de Newton : (C 636a)

Pour $(a,b) \in \mathbb{C}^2$, $n \in \mathbb{N}^*$,

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

16) Schéma de démonstration par l'absurde de :
$\forall x \in E,\ P(x) \Rightarrow Q(x)$ (C 721b)

(Début :) Soit $x \in E$ tel que $\mathcal{P}(x)$ (est vrai)
Supposons par l'absurde que $Q(x)$ est faux
(ou : Supposons par l'absurde non-$Q(x)$)

[...]

(Fin :) C'est impossible. On a donc $Q(x)$ (qui est vrai).
Cela prouve l'implication

17) La fonction identité d'un ensemble E est définie par : (C 761a)
$\mathrm{Id}_E : E \to E,\ x \mapsto \mathrm{Id}_E(x) = x$

Quand on définit une fonction, il faut indiquer l'ensemble de départ, l'ensemble d'arrivée, et l'image de x

18) Équivalent avec 0 avec la puissance : $(\quad)^a$ (avec $a \neq 0$) (C 804d)

$x^a - 1 \underset{x \to 1}{\sim} a(x-1)$

19) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 824)

f, g, h sont des fonctions : $f = o(g)$ en $a \quad \Rightarrow \quad f.h = o(g.h)$ en a

$f = o(g) \quad \Rightarrow \quad \lim_a \frac{f}{g} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_a \frac{f.h}{g.h} = 0 \quad \Rightarrow \quad f.h = o(g.h)$

20) $\left(f \underset{a}{\sim} h \quad \text{et} \quad g \underset{a}{\sim} h \right) \quad \Rightarrow \quad (f-g) = o(h)$ en a (C 825e)

Démonstration $f \underset{a}{\sim} h$ et $g \underset{a}{\sim} h \quad \Rightarrow \quad \frac{f(x)}{h(x)} \underset{x \to a}{\to} 1$ et $\frac{g(x)}{h(x)} \underset{x \to a}{\to} 1$

$\Rightarrow \quad \frac{f(x) - g(x)}{h(x)} \underset{x \to a}{\to} 0 \quad \Rightarrow \quad f - g = o(h)$

21) Vrai ou Faux ? .... **Faux** (C 840c)

$\frac{1}{x^2}$ est négligeable devant $\frac{1}{x^3}$ en $+\infty$

$\frac{1/x^2}{1/x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot x^3 = x \to +\infty$ Donc Faux

22) $\arccos(-1) = \quad \pi$ (C 911b)

$\boxed{\arccos(-1) = a \quad \iff \quad (\ -1 = \cos a \text{ et } a \in [0,\pi]\ ) \quad \iff \quad a = \pi}$

23) $\arcsin\left(\sin(\frac{-3\pi}{5})\right) = \arcsin\left(\sin(\pi - \frac{-3\pi}{5})\right)$ (C 915b)

$= \arcsin\left(\sin(\frac{8\pi}{5})\right) = \arcsin\left(\frac{8\pi}{5} - 2\pi)\right)$

$= \arcsin\left(\sin(\frac{-2\pi}{5})\right) = \frac{-2\pi}{5}$ car $\frac{-2\pi}{5} \in [-\pi/2,\ \pi/2]$

Ou plus rapide :

$\arcsin\left(\sin(\frac{-3\pi}{5})\right) = \arcsin\left(\sin(-\pi - \frac{-3\pi}{5})\right)$

$= \arcsin\left(\sin(\frac{-2\pi}{5})\right) = \frac{-2\pi}{5}$ car $\frac{-2\pi}{5} \in [-\pi/2,\ \pi/2]$

En utilisant $\sin x = \sin(\pi - x) = \sin(-\pi - x)$

24) Définition : f est strictement décroissante sur I (C 1000c)

$\iff \quad \forall (x,y) \in I^2, \quad x < y \quad \Rightarrow \quad f(x) > f(y)$

25) Si f est continue et strictement décroissante sur l'intervalle I (C 1030b)
Alors f réalise une bijection de I sur l'intervalle $J = f(I)$
Et sa réciproque f^{-1} est : (1) une bijection (2)continue (3)strictement décroissante (4) de J dans I.
(Il y a quatre infos à donner)

26) Définition : la suite (u_n) n'est pas majorée (C 1201b)

$\forall M \in \mathbb{R},\ \exists n \in \mathbb{N},\ u_n > M$

$\boxed{\text{C'est la négation de : } (u_n) \text{ majorée } \iff (\exists M \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N},\ u_n \leq M)}$

27) Vrai ou Faux ?... **Vrai** (C 1218b)

Soit u une suite à valeur dans I telle que
$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = f(u_n)$ avec f est croissante sur I
Alors la suite u est monotone

28) $u,\ v$ convergent et $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n < v_n$ (C 1225)

Alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n \leq \lim\limits_{n \to +\infty} v_n$

$\boxed{\text{Attention, les inégalités s'élargissent par passage à la limite}}$