 FE 10b (TD intégrales)

Exercice 1 Différentielle

On note pour une fonction f dérivable :

$$\mathrm{d}f(x) = f'(x)\ \mathrm{d}x \text{ ou encore } \mathrm{d}f(u) = f'(u)\ \mathrm{d}u$$

Donner alors $\mathrm{d}(x^2)$, $\mathrm{d}(\sqrt{u})$, $\mathrm{d}(\ln y)$, $\mathrm{d}(\arcsin t)$

Exercice 2 Changement de variable

$$I = \int_0^\pi \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\ \mathrm{d}x \quad u = \cos x \qquad J = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}\ \mathrm{d}x \quad x = \sin t$$

$$K = \int_2^6 (x+1)\sqrt{2x-3}\ \mathrm{d}x \quad y = \sqrt{2x-3}$$

Exercice 3 Fractions du type $\dfrac{1}{ax^2+bx+c}$

Déterminer une primitive pour chacune des fonctions suivantes :

1) Premier cas : $\Delta > 0$: $f(x) = \dfrac{1}{x^2+x-6}$

   Méthode : factorisation et décomposition en éléments simples

2) Deuxième cas : $\Delta = 0$: $g(x) = \dfrac{1}{x^2-4x+4}$

   Méthode : factorisation

3) Troisième cas : $\Delta < 0$ Méthode : écriture sous forme canonique

   a) $h(x) = \dfrac{1}{x^2+4}$

   b) $j(x) = \dfrac{x+1}{x^2+3}$

   c) $k(x) = \dfrac{1}{x^2+4x+5}$

Exercice 4 IPP

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une ou plusieurs intégrations par parties

$$I_1 = \int_1^e \ln t\ \mathrm{d}t \qquad I_2 = \int_1^2 x^2 \ln x\ \mathrm{d}x \qquad I_3 = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}\ \mathrm{d}x$$

$$I_4 = \int_0^{\ln 2} x.e^{3x}\ \mathrm{d}x \qquad I_5 = \int_0^{\ln 2} x^2.e^{3x}\ \mathrm{d}x \qquad I_6 = \int_1^e \ln^2 x\ \mathrm{d}x$$

$$I_7 = \int_0^1 \arctan x\ \mathrm{d}x$$

Exercice 1 Différentielle

On note pour une fonction f dérivable :

$$\mathrm{d}f(x) = f'(x)\ \mathrm{d}x \text{ ou encore } \mathrm{d}f(u) = f'(u)\ \mathrm{d}u$$

Donner alors $\mathrm{d}(x^2)$, $\mathrm{d}(\sqrt{u})$, $\mathrm{d}(\ln y)$, $\mathrm{d}(\arcsin t)$

Exercice 2 Changement de variable

$$I = \int_0^\pi \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\ \mathrm{d}x \quad u = \cos x \qquad J = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}\ \mathrm{d}x \quad x = \sin t$$

$$K = \int_2^6 (x+1)\sqrt{2x-3}\ \mathrm{d}x \quad y = \sqrt{2x-3}$$

Exercice 3 Fractions du type $\dfrac{1}{ax^2+bx+c}$

Déterminer une primitive pour chacune des fonctions suivantes :

1) Premier cas : $\Delta > 0$: $f(x) = \dfrac{1}{x^2+x-6}$

   Méthode : factorisation et décomposition en éléments simples

2) Deuxième cas : $\Delta = 0$: $g(x) = \dfrac{1}{x^2-4x+4}$

   Méthode : factorisation

3) Troisième cas : $\Delta < 0$ Méthode : écriture sous forme canonique

   a) $h(x) = \dfrac{1}{x^2+4}$

   b) $j(x) = \dfrac{x+1}{x^2+3}$

   c) $k(x) = \dfrac{1}{x^2+4x+5}$

Exercice 4 IPP

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une ou plusieurs intégrations par parties

$$I_1 = \int_1^e \ln t\ \mathrm{d}t \qquad I_2 = \int_1^2 x^2 \ln x\ \mathrm{d}x \qquad I_3 = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}\ \mathrm{d}x$$

$$I_4 = \int_0^{\ln 2} x.e^{3x}\ \mathrm{d}x \qquad I_5 = \int_0^{\ln 2} x^2.e^{3x}\ \mathrm{d}x \qquad I_6 = \int_1^e \ln^2 x\ \mathrm{d}x$$

$$I_7 = \int_0^1 \arctan x\ \mathrm{d}x$$