1) $\sin(-\pi/3) = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$ (C 100b)

2) $\sin a\ \cos b = \dfrac{1}{2}\left[\sin(a+b) + \sin(a-b)\right]$ (C 150c)

3) $\left|\dfrac{1+3\mathbf{i}}{(-1+\mathbf{i})^3}\right| = \dfrac{|1+3\mathbf{i}|}{|-1+\mathbf{i}|^3} = \dfrac{\sqrt{10}}{(\sqrt{2})^3} = \dfrac{\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ (C 221c)

4) Écrire sous forme algébrique avec des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ (C 250b)

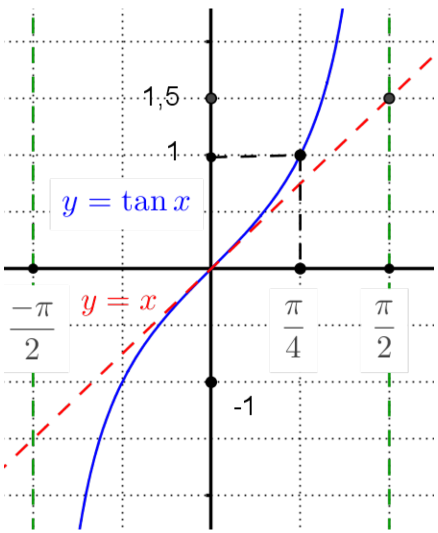
$\mathrm{e}^{2+3\mathbf{i}} = \mathrm{e}^2.\mathrm{e}^{3\mathbf{i}} = \mathrm{e}^2(\cos 3 + \mathbf{i}\sin 3) = \mathrm{e}^2.\cos 3 + \mathbf{i}.\mathrm{e}^2.\sin 3$

5) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i},\ \vec{j})$ (C 351a)
Interprétation géométrique : $\arg(z_u) = (\vec{i},\ \vec{u})\quad [2\pi]$

6) Soit f dérivable sur $\mathbb{R}$. On pose $g(x) = f(1/x)$ (C 419b)

$$g'(x) = f'(1/x) \times \left(\frac{-1}{x^2}\right)$$

7) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \tan x$ sur $[-\pi/2,\ \pi/2]$ (C 448a)



8) $\left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right)\left(\sum_{k=1}^{n} b_k\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)\left(\sum_{k=1}^{n} b_k\right) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} a_j b_k$ (C 502c)

Il faut changer au moins un des indices pour le faire correctement

9) Changement d'indices $j = n-k \iff k = n-j$ (C 530c)

$\Rightarrow\ 2k+1 = 2n-2j+1 \qquad \begin{cases} k = n & j = 0 \\ k = 1 & j = n-1 \end{cases}$

$$\sum_{k=1}^{n}(2k+1)u_{n-k} = \sum_{j=0}^{n-1}(2n-2j+1)u_j$$

10) Définition : $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases} = \max(x,\ -x)$ (C 560b)

11) $\max(x_1,\ \ldots,\ x_n) \leq a \iff \forall i \in [[1, n]],\ x_i \leq a$ (C 589e)
$(\iff x_1 \leq a$ et $x_2 \leq a\ \ldots$ et $x_n \leq a)$

12) $(n-1)\times n \times (n+1) = \dfrac{(n+1)!}{(n-2)!}$ pour $n \geq 2$ (C 621a)

$(n-2)!$ existe (et est non nul) pour $n \geq 2$ puisque $0! = 1$

13) Négation de $(P \Rightarrow Q)$: P **ET non-**Q (C 701)

14) $x \notin \bigcap_{i\in I} A_i \iff \exists i \in I,\ x \notin A_i$ (C 740f)

15) Limite particulière de ln avec $x \to 0$: $\lim_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$ (C 801a)

16) Soit $a > 0$, $\lim_{x\to -\infty} a^x = 0 \iff a > 1$ (C 808d)

17) Vrai ou faux ? ...**Faux** (C 830a)

Si f et g admettent des limites en a,

Alors $f \underset{a}{\sim} g \iff \lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x)$

Explication : la réciproque est fausse.
Par exemple $f(x) = x$ et $g(x) = x^2$ en 0

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} g(x) = 0$ et pourtant $f \underset{a}{\not\sim} g$

Remarque : Si $f \underset{a}{\sim} g$ et si les limites existent,
alors $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x)$

18) Vrai ou faux ?...**Vrai** (C 902d)

Le domaine des valeurs de arcsin est $\left[\frac{-\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right]$

En effet, $\forall x \in [-1,1],\ \arcsin x \in \left[\frac{-\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right]$

19) Vrai ou Faux ?...**Faux** (C 919a)

$a = \arccos \frac{3}{5} \iff \cos a = \frac{3}{5}$

L'implication est vraie, mais la réciproque fausse.
Pour avoir l'équivalence, il faudrait :

$a = \arccos \frac{3}{5} \iff (\ \cos a = \frac{3}{5}$ ET $a \in [0,\pi]\ )$

20) $\arctan x > 2\pi/3 \iff$ IMPOSSIBLE (C 925b)
car $\arctan x \in]-\pi/2,\ \pi/2[$

21) La courbe C_f admet une asymptote horizontale en $+\infty$ (C 1015c)
d'équation $y = a \iff \lim_{x\to+\infty} f(x) = a$

22) $\int \ln x = \quad x\ln x - x$ sur $]0,\ +\infty[$ (C 1055)

23) $\int^x \frac{t}{1+t^2}\,\mathrm{d}t = \int^x \frac{1}{2}\cdot\frac{2t}{1+t^2}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\ln(1+x^2)$ sur $\mathbb{R}$ (C 1074)

24) Différentielle : $\mathrm{d}(\ln x) = \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{d}x}{x}$ (C 1103c)

25) Soit $f(x) = \int_x^{x^2} \mathrm{e}^{t^2}\,\mathrm{d}t$ pour $x \in \mathbb{R}$ (C 1111b)

Déterminer le signe de f (Justifier !)

Soit $g(t) = \mathrm{e}^{t^2}$ g est positive sur $\mathbb{R}$

$x \le x^2 \iff x - x^2 \le 0 \iff x \le 0$ ou $x \ge 1$ (signe du trinôme)

Donc pour $x \le 0$ ou $x \ge 1$ on a $x \le x^2 \Rightarrow f(x) \ge 0$ (BBS)

Pour $0 \le x \le 1$, $f(x) \le 0$

26) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 1116b)

Soient $a < b$, f une fonction continue sur le segment $[a,b]$ et $M \in \mathbb{R}$

tel que $\forall x \in [a,b],\ |f(x)| \le M$ Alors $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \le M(b-a)$

Car les bornes sont dans le bon sens : $a < b$

27) Vrai ou faux ? ...**Faux** (C 1205c)

Si la suite (u_n) est majorée par son premier terme, alors elle est décroissante.

C'est la réciproque qui est VRAIE
Par exemple, la suite $((-1)^n)_{n\ge 0}$ est majorée par son premier terme $(-1)^0 = 1$,
pourtant elle n'est pas décroissante (ni croissante...)

28) Vrai ou faux ? ...**Vrai** (C 1226b)

Si la suite (u_n) n'est pas bornée alors (u_n) ne converge pas

C'est vrai car c'est la contraposée de :
Si (u_n) converge, alors (u_n) est bornée

29) **Théorème de convergence :** Soit u une suite croissante (C 1231a)

Si la suite u est majorée
Alors la suite u converge
sinon la suite u tend vers $+\infty$

30) Théorème des suites adjacentes (C 1234b)
Si u et v sont adjacentes (avec u croissante)

Alors u et v convergent vers une même limite ℓ
telle que $\forall n \in \mathbb{N},\quad u_n \le \ell \le v_n$

On demande bien le théorème et pas la défintion des suites adjacentes.