Nom **(12/01/26) Interro 14 (fictive)** **2025-26 PCSI (Énoncé) (a) (b)**

1) Écrire sous la forme $a.b^n.c^k$ avec $a,\ b,\ c$ constantes (E 018d)

$\dfrac{\alpha^{2n-k+1}}{(\beta^{2k+n})^3} =$ ....

2) Dans $\mathbb{R}$: $\tan x = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \iff$ .... (E 104a)

3) Dans $\mathbb{R}$: $\tan x \geq -1$ (E 176b)

$\iff$ ....

4) Formule d'Euler : $\sin(x) =$ .... (E 245b)

5) Dans $\mathbb{C}$: Soient $n \in \mathbb{N}^*,\ r > 0,\ \theta \in \mathbb{R}$ (E 321b)

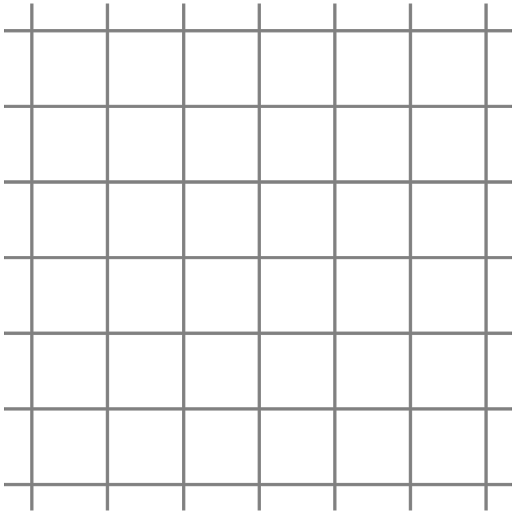
$z^n = r\mathrm{e}^{i\theta} \iff z =$ ....

.... **(racines distinctes)**

6) Soit $a > 0$ $(a^x)' =$ .... sur .... (E 414)

7) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \arcsin x$ (E 450)
et **Tracer précisément la tangente en** 0

8) On indiquera les valeurs particulières et on tracera les (demi-)tangentes intéressantes (en particulier les verticales) et les asymptotes (quand elles existent). **On prendra comme unité 2 carreaux** avec $\pi \simeq 3$



9) Discuter suivant les valeurs de $q \neq 0$ (E 516a)

$\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k =$ ....

....

10) Suite récurrente linéaire ordre 2 : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ (E 545d)
à valeurs $\boxed{\text{dans } \mathbb{R}}$ Cas $\Delta < 0$: les solutions réelles sont de la forme :

$u_n =$ ....

avec $\lambda,\ \mu \in \mathbb{R}$ et $r_1 = \alpha + \mathbf{i}\beta = \rho\mathrm{e}^{\mathbf{i}\theta}$, $r_2 = \alpha - \mathbf{i}\beta = \rho\mathrm{e}^{-\mathbf{i}\theta}$,
racines (conjuguées) de l'équation caractéristique $r^2 - ar - b = 0$

11) Double Inégalité triangulaire : (E 567)

$\forall$ ....

12) **Vrai ou Faux ?** .... (E 603c)

$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \lfloor -x \rfloor = -\lfloor x \rfloor$

13)

14) Attention : on donnera les étapes du calcul (E 640c)

$$\sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} 3^{-k} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

....

15) **Vrai ou Faux ?** .... (E 724a)

$(P \text{ et } Q) \Rightarrow P$

16) Soit $f : E \to F$ et $g : F \to E$ deux applications (E 768a)

$f \circ g : \ldots \to \ldots$ est définie par : $\forall x$ .... = ...

17) Soit $\alpha \in \mathbb{R}$, $x^\alpha \to +\infty$ quand $x \to +\infty \iff \alpha \ldots\ldots$ (E 809a)

18) Sans écrire de fraction :

$f'(0) = a \neq 0 \iff \ldots\ldots\ldots \underset{\boxed{}}{\sim} \ldots\ldots\ldots$ (E 827a)

19) Le domaine des valeurs de arccos est .... (E 900b)

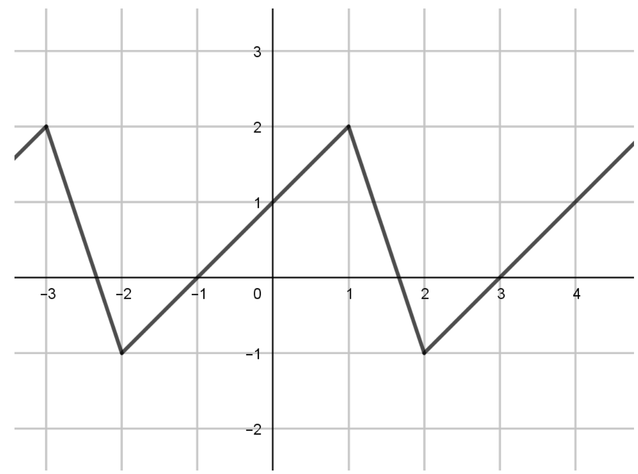
20) $\arcsin(\cos(5\pi/8)) =$ .... (E 915e)

....

....

Justifier. (On doit reconnaître les formules utilisées)

21) On a tracé une partie du graphe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
Tracer le graphe de g définie par $g(x) = f(x) - 1$ (E 1005a)



22) **(On sera le plus de précis possible en fonction de ce qui est donné dans l'énoncé)** (E 1030c)

Soit f continue et strictement décroissante sur l'intervalle $I = [a, b[$
Alors f réalise une bijection

de .... sur ....

23) $n \in \mathbb{N}^*\backslash\{1\}$, (Résultat avec des puissances positives) (E 1053b)

$$\int \frac{1}{x^n}\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

24) $\displaystyle\int \frac{x\,\mathrm{d}x}{1+x^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ sur $\ldots\ldots\ldots$ (E 1076)

25) Effectuer le changement de variable proposé : (E 1104c)

$$K = \int_2^4 (x+1)\sqrt{2x-3}\,\mathrm{d}x \quad \text{avec} \quad y = \sqrt{2x-3}$$

On simplifiera l'écriture de l'intégrale obtenue **sans chercher à la calculer**

....

....

....

....

26) Soit $a < b$ et $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ (E 1117a)

Si ....

Et $\displaystyle\int_a^b f = 0$ alors $f = 0$ sur $[a,b]$

27) $y'' + by' + cy = 0$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. (E 1135a)

Cas $\Delta > 0$: Les solutions sont de la forme

$y(x) =$ .... avec ....

et .... racine(s) de ....

28) Soit (u_n) une suite réelle (E 1202a)

m est un minorant de la suite $u \iff$ ....

Avec les quantificateurs)

29) **Vrai ou Faux ?**...................... (E 1223b)

$$\left[\ \lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty\ \right] \quad \Rightarrow \quad \text{la suite } (u_n) \text{ n'est pas minorée}$$

30) **Vrai ou Faux ?** .... (E 1232c)

Si u est une suites décroissante et positive
Alors u converge et $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$

31) La proposition suivante est **Fausse** (E 1246h)

Si $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$ alors $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} (u_n)^n = 1$

Donner un contre-exemple (sans avoir à démontrer les résultats)

....

32) **Vrai ou faux ?**...................... (E 1612b)

Soient A et B deux matrices telle que $BA = I$
Alors A et B sont inversibles et $B = A^{-1}$