1) $e^{(x^2)} =$ PFC (C 050c)

2) $\tan\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}+x)}{\cos(\frac{\pi}{2}+x)} = \frac{\cos x}{-\sin x} = \boxed{\frac{-1}{\tan x}}$ (C 106c)

3) $|2\mathbf{i}(1+\mathbf{i})^n| =$ $|2\mathbf{i}| \times |1+\mathbf{i}|^n = 2.(\sqrt{2})^n$ (C 221a)

4) Pour $z \in \mathbb{C}$, $\arg(e^z) =$ $\mathrm{Im}(z)$ $[2\pi]$ (C 253)

Pour $z = a + \mathbf{i}b$, $e^z = e^a e^{\mathbf{i}b}$
$\Rightarrow$ $\arg(e^z) = \arg(e^{\mathbf{i}b}) = b = \mathrm{Im}(z)$ $[2\pi]$

5) $(\sin x)' = \cos x$ sur $\mathbb{R}$ (C 411a)

6) $\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_{k-1}) =$ $\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k) + \sum_{k=1}^{n}(a_k - a_{k-1})$

$= (a_{n+1}-a_1) + (a_n - a_0)$ par télescopage (C 505c)

7) Suite récurrente linéaire ordre 2 : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ (C 545a)

Cas $\Delta > 0$ avec $\Delta = a^2 + 4b$

Alors les solutions réelles sont de la forme : $u_n = \lambda.{r_1}^n + \mu.{r_2}^n$

avec $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ et $r_1,\ r_2$ racines de l'équation $r^2 = a.r + b$

8) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 580b)
Pour $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 2$

En effet $x^2 \leq 4 \iff |x| \leq 2 \iff -2 \leq x \leq 2$
et $-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \leq 2$

9) Donner un encadrement décimal de $x \in \mathbb{R}$ à 10^{-n} près : (C 605b)

$$\frac{\lfloor 10^n x \rfloor}{10^n} \leq x < \frac{\lfloor 10^n x \rfloor + 1}{10^n}$$

Par exemple pour $x = \pi$ et $n = 2$ $10^2\pi = 314,15\ldots$
$\Rightarrow \lfloor 10^n x \rfloor = 314 \Rightarrow \frac{\lfloor 10^n x \rfloor}{10^n} = 3,14 \Rightarrow 3,14 \leq \pi < 3,15$

10) Négation de $\left[(x>2) \Rightarrow (x^2 = x)\right]$: $(x > 2)$ ET $(x^2 \neq x)$ (C 706)

11) $f : E \to F$ est injective (C 752a)

$\iff$ $\forall (x,\ y) \in E^2,$ $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

12) Soit $f : E \to F$ une fonction (C 758b)

f est à valeurs dans A $\iff$ $\forall x \in E,\ f(x) \in A$

13) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto 2|x|,$ $f^{-1}(]-2,-1]) =$ $\emptyset$ (C 783c)

14) **Vrai ou Faux ?** ...**Vrai** (C 810a)

$\forall x > 0,\ 0 < a \leq b \Rightarrow a^x \leq b^x$

Il suffit de passer au $\ln$:
$a^x \leq b^x \iff x \ln a \leq x \ln b$

15) Vrai ou faux ? .... **Faux** (C 838a)

Si $f \underset{a}{\sim} g$ alors $e^f \underset{a}{\sim} e^g$

Par exemple : $f(x) = x^2 + x \underset{+\infty}{\sim} x^2$ et $g(x) = x^2$

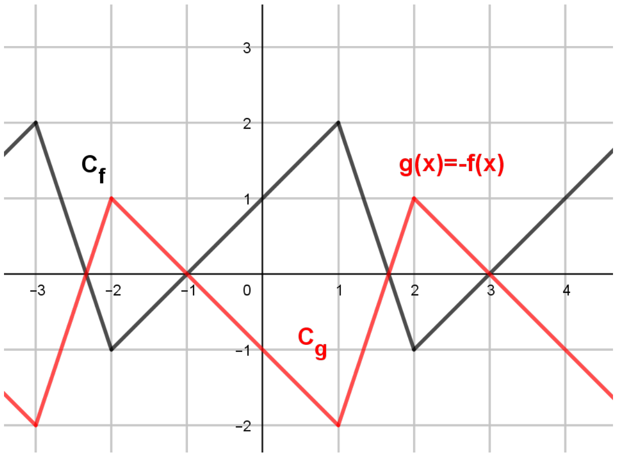
Mais $\frac{e^{f(x)}}{e^{g(x)}} = e^x \to +\infty \Rightarrow e^f \underset{+\infty}{\not\sim} e^g$

16) $\arccos(\frac{-\sqrt{3}}{2}) = \dfrac{5\pi}{6}$ (C 911d)

Attention : ne surtout pas écrire
$$\arccos(\tfrac{-\sqrt{3}}{2}) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad \arccos(\tfrac{-\sqrt{3}}{2}) = \frac{5\pi}{6} \quad [2\pi]$$
En effet, *arccos* est une **application**, donc $-\sqrt{3}/2$ possède une **unique** image, dans $[0,\ \pi]$, et non une infinité.

Il ne faut pas confondre avec l'équation : $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ qui admet une (double) infinité de solutions :
$$\left\{\frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ \frac{-5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$$

17) On a tracé une partie du graphe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ Tracer le graphe de g définie par $g(x) = -f(x)$ (C 1005h)



18) Soit f une bijection de I sur J (C 1036b)
Dérivabilité et dérivée de la réciproque en $y \in J$

Si $\boxed{f \text{ est dérivable en } x = f^{-1}(y) \text{ et } f'(x) \neq 0}$

Alors $\boxed{f^{-1} \text{ est dérivable en } y}$ et $(f^{-1})'(y) = \dfrac{1}{f'(x)}$

Bien donner le lien entre x et y.
Sinon écrire $f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(x)}$ n'a aucun sens

19) $\displaystyle\int^x \frac{t\ dt}{\sqrt{1-t^2}} = -\int^x \frac{-2t\ dt}{2\sqrt{1-t^2}} = -\sqrt{1-x^2}$ sur $]-1,1[$ (C 1075)

- Primitive du type $\displaystyle\int \frac{u'}{2\sqrt{u}} = \sqrt{u}$
- $\dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}$ n'existe pas pour $t = \pm 1$
  Donc la primitive ne peut être définie sur $[-1,1]$

20) Les solutions de l'équation $y' + a(x)y = 0$ sont de la forme (C 1151a)
$$y(x) = C.\mathrm{e}^{-A(x)} \quad \text{avec} \quad C \in \mathbb{R}(\text{ou } \mathbb{C}) \quad \text{et} \quad A \text{ une primitive de } a$$

Ne pas écrire $A(x)$ primitive de $a(x)$. Cela n'a aucun sesn car $a(x)$ et $A(x)$ sont des **nombres**

21) Vrai ou Faux ? ...**Faux** (C 1205d)

La suite (u_n) est décroissante
$\Longleftrightarrow$ La suite (u_n) est majorée par son premier terme

La réciproque est fausse

22) Soit (u_n) une suite et $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction. (C 1230a)
Si
- $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = f(u_n)$
- La suite u converge vers $\ell \in \mathbb{R}$
- f est continue en ℓ

Alors $f(\ell) = \ell$

23) $DL_n(0)$: $\displaystyle\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k} + o(x^n)$ (C 1281b)

Ne pas oublier $o(x^n)$ sinon l'égalité est totalement fausse
La somme commence à $k = 1$ car le conefficient constante est nul (et de plus x^k/k n'existe pas !)

24) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 1299b)

Soit f une fonction définie sur I et $a \in I$. Alors

$$f \text{ admet un DL à l'ordre 1 en } a \iff f \text{ est dérivable en } a$$

25) Définition : $\ell \in \mathbb{R}$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ell$ (C 1504)

$$\iff \forall \varepsilon > 0,\ \exists M \in \mathbb{R},\ \forall x \in \mathbb{R},\quad x \leq M \Rightarrow |f(x) - \ell| \leq \varepsilon$$

26) Vrai ou faux ?...**Faux** (C1531d)

Soit une fonction $f : I \to \mathbb{R}$ et $a \in I$

Alors pour toute suite (u_n) à valeurs dans I telle que $u_n \to a$,

on a $f(u_n) \to f(a)$

Il faut que f soit continue en a

27) Soit $f(x) = \arccos\left(\frac{3}{4} - x^2\right)$ (C 1560c)

Sur quel domaine la fonction f est-elle définie ? dérivable ?

- $\arccos x$ existe ssi $x \in [-1, 1]$ Donc $f(x)$ existe ssi

$$-1 \leq \frac{3}{4} - x^2 \leq 1 \iff -1 - \frac{3}{4} \leq -x^2 \leq 1 - \frac{3}{4}$$

$$\iff \frac{7}{4} \geq x^2 \geq -\frac{1}{4} \iff \frac{-\sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{-\sqrt{7}}{2}$$

f est définie sur $D = \left[\frac{-\sqrt{7}}{2},\ \frac{-\sqrt{7}}{2}\right]$

- *arccos* est dérivable sur $]-1,\ 1[$

Donc f est dérivable sur $D' = \left]\frac{-\sqrt{7}}{2},\ \frac{-\sqrt{7}}{2}\right[$

28) Si A et B sont inversibles, alors $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$ (C 1606a)

29) Propriété : Soit F sev de E. (C 1403a)

$$\text{Vect}(u, v, w) \subset F \iff u,\ v,\ w \in F$$

30) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 1413d)

$$v \text{ est CL de } (u_1, \ldots,\ u_n) \Rightarrow (u_1, \ldots,\ u_n, v) \text{ est liée}$$

31) Dans $\mathbb{R}^3$. Donner un système d'équation de : (C 1418a)

$F = \text{Vect}(u)$ avec $u = (1, 2, 3)$

Soit $k = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$

$k \in \text{Vect}(u) \iff \exists a \in \mathbb{R},\ k = a.u$

Or $k = a.u \iff \begin{cases} a = x \\ 2a = y \\ 3a = z \end{cases} \iff \begin{cases} a &= x \\ 0 &= -2x + y \\ 0 &= -3x + z \end{cases}$

Ce système admet une solution $a \in \mathbb{R}$ $\iff$ $\boxed{\begin{cases} -2x + y = 0 \\ -3x + z = 0 \end{cases}}$

$\iff k \in \text{Vect}(u)$

32) Théorème de la limite de la dérivée : **Cas infini** (C 1806a)

Si f est continue sur I, dérivable sur $I \backslash \{x_0\}$ et $\lim\limits_{x \to x_0} f'(x) = +\infty$

Alors $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$

et C_f admet une tangente verticale en x_0