Exercice 1 Dans $\mathbb{R}^4$. Trouver l'équation du sev engendré par les vecteurs suivants et en déterminer une base et la dimension.

1. $u=(1,2,3,4),\ v=(1,1,1,2),\ w=(1,3,5,6)$
2. $u=(1,2,0,1),\ v=(2,3,0,1)$

Exercice 2
Trouver un système générateur des sous-espaces vectoriels suivants de $\mathbb{R}^4$ et donner leur dimension.

1. $F=\{(x;y;z;t)\in\mathbb{R}^4; x-2y+t=0 \text{ et } 2x-y+2t=0\}$
2. $G=\{(x;y;z;t)\in\mathbb{R}^4; x+2y-z+t=0\}\,;$
3. $H=\{(x;y;z;t)\in\mathbb{R}^4; x-y+z+t=0 \text{ et } 2x-y-z+2t=0\}$

Exercice 3
Soit F et G les sev de $\mathbb{R}^4$ d'équations respectives

$$F:\begin{cases}2x+2y-2t=0\\ x+y+4z-3t=0\end{cases}\qquad G:\begin{cases}x-4y-z+2t=0\\ -2x-y-z+2t=0\end{cases}$$

a) Déterminer les dimensions de F et de G

b) Déterminer une famille génératrice puis une base de $F+G$

c) Compléter cette base pour obtenir une base de $\mathbb{R}^4$

Exercice 4 Soient les suites $u,\ v,\ w$ définies par :
$\forall n\in\mathbb{N},\ u_n=(n+1)2^n,\ v_n=(n+2)2^n,\ w_n=(n+3)2^n,\ t_n=(n+3)3^n$
Montrer que $(u,\ v,\ t)$ est libre et que $(u,\ v,\ w)$ est liée.

Exercice 5
Soit $E=\mathcal{F}(\mathbb{R};\mathbb{R})$ l'espace vectoriel des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Étudier l'indépendance linéaire des familles suivantes :

1) $(f_1,\ f_2)$ avec $f_1(x)=\sin x,\ f_2(x)=\cos x$

2) $(f_1,\ f_2,\ f_3)$ avec $f_1(x)=\cos 2x,\ f_2(x)=\sin^2 x,\ f_3(x)=\cos^2 x$

3) $(f_1,\ f_2,\ f_3)$ avec $f_1(x)=\sin 2x,\ f_2(x)=\sin x,\ f_3(x)=\cos x$

4) $(f_1,\ f_2,\ f_3)$ avec $f_1(x)=x,\ f_2(x)=\mathrm{e}^x,\ f_3(x)=\sin x$

Exercice 6
Soient $u=(1,1,1),\ v=(1,1,0),\ w=(0,1,-1)$. On admet que (u,v,w) est une base de $\mathbb{R}^3$
Derterminer les coordonnées de $t=(1,2,3)$ dans la base (u,v,w), puis de $k=(x,y,z)$

Exercice 1 Dans $\mathbb{R}^4$. Trouver l'équation du sev engendré par les vecteurs suivants et en déterminer une base et la dimension.

1. $u=(1,2,3,4),\ v=(1,1,1,2),\ w=(1,3,5,6)$
2. $u=(1,2,0,1),\ v=(2,3,0,1)$

Exercice 2
Trouver un système générateur des sous-espaces vectoriels suivants de $\mathbb{R}^4$ et donner leur dimension.

1. $F=\{(x;y;z;t)\in\mathbb{R}^4; x-2y+t=0 \text{ et } 2x-y+2t=0\}$
2. $G=\{(x;y;z;t)\in\mathbb{R}^4; x+2y-z+t=0\}\,;$
3. $H=\{(x;y;z;t)\in\mathbb{R}^4; x-y+z+t=0 \text{ et } 2x-y-z+2t=0\}$

Exercice 3
Soit F et G les sev de $\mathbb{R}^4$ d'équations respectives

$$F:\begin{cases}2x+2y-2t=0\\ x+y+4z-3t=0\end{cases}\qquad G:\begin{cases}x-4y-z+2t=0\\ -2x-y-z+2t=0\end{cases}$$

a) Déterminer les dimensions de F et de G

b) Déterminer une famille génératrice puis une base de $F+G$

c) Compléter cette base pour obtenir une base de $\mathbb{R}^4$

Exercice 4 Soient les suites $u,\ v,\ w$ définies par :
$\forall n\in\mathbb{N},\ u_n=(n+1)2^n,\ v_n=(n+2)2^n,\ w_n=(n+3)2^n,\ t_n=(n+3)3^n$
Montrer que $(u,\ v,\ t)$ est libre et que $(u,\ v,\ w)$ est liée.

Exercice 5
Soit $E=\mathcal{F}(\mathbb{R};\mathbb{R})$ l'espace vectoriel des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Étudier l'indépendance linéaire des familles suivantes :

1) $(f_1,\ f_2)$ avec $f_1(x)=\sin x,\ f_2(x)=\cos x$

2) $(f_1,\ f_2,\ f_3)$ avec $f_1(x)=\cos 2x,\ f_2(x)=\sin^2 x,\ f_3(x)=\cos^2 x$

3) $(f_1,\ f_2,\ f_3)$ avec $f_1(x)=\sin 2x,\ f_2(x)=\sin x,\ f_3(x)=\cos x$

4) $(f_1,\ f_2,\ f_3)$ avec $f_1(x)=x,\ f_2(x)=\mathrm{e}^x,\ f_3(x)=\sin x$

Exercice 6
Soient $u=(1,1,1),\ v=(1,1,0),\ w=(0,1,-1)$. On admet que (u,v,w) est une base de $\mathbb{R}^3$
Derterminer les coordonnées de $t=(1,2,3)$ dans la base (u,v,w), puis de $k=(x,y,z)$