1) $n\ln(a) \quad = \ln(a^n)$ (C 043)

2) $\tan 2x = \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$ (C 125c)

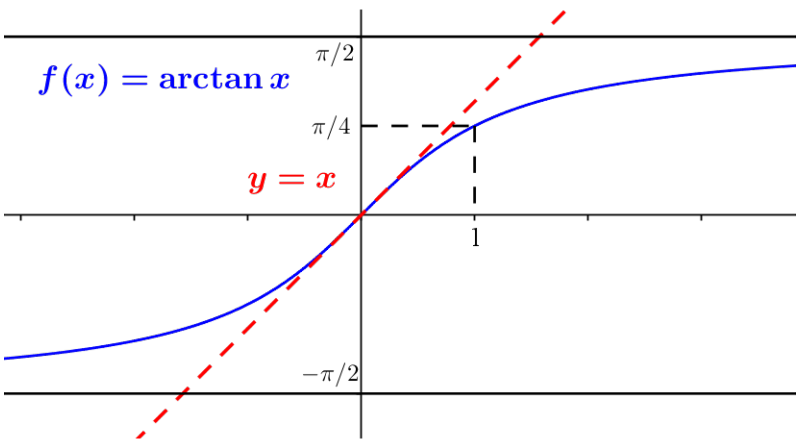
3) Forme exponentielle : $1-\mathbf{i} = \sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} - \mathbf{i}\frac{1}{\sqrt{2}}) = \sqrt{2}\,\mathrm{e}^{-\mathbf{i}\pi/4}$ (C 247d)

4) Vrai ou Faux ? ...**Vrai** (C 356a)

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\ \vec{j})$. Soient $\vec{u},\ \vec{w}$ deux vecteurs d'affixes $z_u,\ z_w$ non nulles. Alors :

$$\arg(\tfrac{z_w}{z_u}) = 0 \quad [\pi] \quad \iff \quad (u,w) \text{ sont colinéaires}$$

5) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \arctan x$ (C 452b)



6) Suite récurrente linéaire ordre 2 <u>à valeurs dans $\mathbb{C}$</u> (C 540a)

$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ (avec $\Delta = a^2+4b$) <u>Cas $\Delta \neq 0$</u> :

Les solutions <u>complexes</u> sont de la forme : $u_n = \lambda.{r_1}^n + \mu.{r_2}^n$

avec $(\lambda;\mu) \in \mathbb{C}^2$ et $r_1,\ r_2$ racines de l'équation $r^2 = a.r + b$

7) Vrai ou Faux ?...**Faux** (C 582b)

Pour $x \in \mathbb{R}$, $x \geq 3 \iff x^2 \geq 9$

$\boxed{\text{En effet, on a } x \geq 3 \Rightarrow x^2 \geq 9 \text{ mais la réciproque est fausse}}$

8) $\dbinom{n-1}{p} = \dfrac{n-1}{p} \times \dbinom{n-2}{p-1}$ pour $1 \leq p \leq n-1$ (C 629c)

9) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 724d)

P et Q sont deux propositions quelconques. Alors

$$P \quad \Rightarrow \quad (P \text{ ou } Q)$$

10) La fonction identité d'un ensemble E est définie par : (C 761d)

$$\mathrm{Id}_E : E \to E,\ x \mapsto \mathrm{Id}_E(x) = x$$

$\boxed{\text{Ne pas oublier quand on définit une fonction d'indiquer l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée}}$

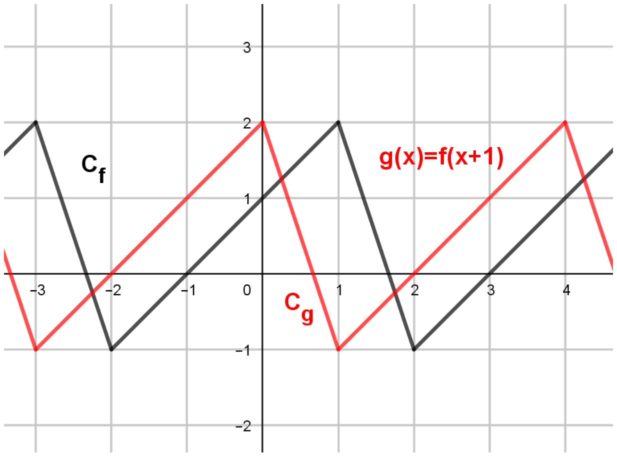
11) Équivalent avec <u>$x \to 1$</u> de $\sqrt{}$ (C 805d)

$$\sqrt{x} - 1 \underset{x\to 1}{\sim} \frac{1}{2}(x-1)$$

12) $f = o(g)$ en $a \iff f + g \underset{a}{\sim} g$ (C 832b)

13) *arcsin* est définie sur $[-1,1]$ et dérivable sur $]-1,1[$ (C 908a)

14) On a tracé une partie du graphe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$
Tracer le graphe de g définie par $g(x) = f(x+1)$ (C 1005b)



15) On admet que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x + \mathrm{e}^{2x}$ (C 1037a)
est bijective et on note f^{-1} sa réciproque
Calculer $f(0)$, justifier que f^{-1} est dérivable en 2 et déterminer $(f^{-1})'(2)$

$f(0) = 2 \quad f'(x) = 1 + 2\mathrm{e}^{2x} \Rightarrow f'(0) = 3$

f est dérivable en 0 et $f'(0) \neq 0$

Donc f^{-1} est dérivable en $2 = f(0)$ et $(f^{-1})'(2) = \dfrac{1}{f'(0)} = \dfrac{1}{3}$

16) **Primitive** : Soit f une fonction continue un intervalle I (C 1100a)

La primitive de f qui s'annule en a est la fonction $x \longmapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\ \mathrm{d}t$

17) Soit $f(x) = \displaystyle\int_x^{x+1} \frac{1}{t}\ \mathrm{d}t$ (C 1141)
Sur quel ensemble cette fonction est elle définie **(justifier !)**

$g(t) = 1/t$ existe ssi $t \neq 0$
Donc $f(x)$ existe ssi $0 \notin [x, x+1] \iff x+1 < 0$ ou $x > 0$
D'où $D_f =]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$

18) Vrai ou Faux ? …**Faux ?** (C 1218a)
Soit $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction croissante et u une suite à valeur dans I telle que $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = f(u_n)$

Alors la suite u est croissante

La suite est seulement monotone, et don celle peut aussi être décroissante

19) <u>Théorème</u> des suites adjacentes (C 1234b)
Si u et v sont adjacentes (avec u croissante)

Alors u et v convergent vers une même limite ℓ
telle que $\forall n \in \mathbb{N},\quad u_n \leq \ell \leq v_n$

On demande bien le <u>théorème</u> et pas la <u>défintion</u> des suites adjacentes.

20) Formule de Taylor-Young en $a \in I$ à l'ordre n : (C 1297b)
Soit f une fonction de classe C^n sur I

Alors $$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(x-a)^k}{k!} f^{(k)}(a) + o\big((x-a)^n\big)$$

21) <u>Définition</u> : $\ell \in \mathbb{R} \quad \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ell$ (C 1405)

$\iff \quad \forall \varepsilon > 0,\ \exists M \in \mathbb{R},\ \forall x \in \mathbb{R},\quad x \leq M \Rightarrow |f(x) - \ell| \leq \varepsilon$

22) Soit $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{x}}$ (C 1019a)
Sur quel domaine la fonction f est-elle définie ?

- $\sqrt{x}$ existe ssi $x \geq 0$
- $\sqrt{2 - \sqrt{x}}$ existe ssi $2 - \sqrt{x} \geq 0 \iff 4 \geq x$
- Conclusion $D_f = [0, 4]$

23) $\boxed{\text{Théorème de la limite de la la dérivée } \textbf{(cas fini)}}$ (C 1605)

Si

- f est continue sur un intervalle I
- dérivable sur $I\backslash\{a\}$
- $\lim\limits_{x\to a} f'(x) \in \mathbb{R}$

Alors

- f est dérivable en a
- $f'(a) = \lim\limits_{x\to a} f'(x)$
- f' est continue en a

24) Si A et B commutent $(AB = BA)$ alors (C 2630b)

Alors $(A+B)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} A^k B^{n-k}$

25) Définition : $(u_1, \dots,\ u_n)$ est une famille liée de E (C 2710b)

$\iff \exists (a_1, \dots a_n) \in \mathbb{K}^n$ tq $\sum\limits_{k=1}^{n} a_k.u_k = \vec{0}$ et $(a_1, \dots a_n) \neq (0, \dots 0)$

26) $p < \dim E \quad \Rightarrow \quad (u_1, \dots u_p)$ n'est pas génératrice de E (C 2727c)

27) Soient F de base $\mathcal{U}$ et G de base $\mathcal{V}$ deux sev de E (C 2757b)

$(\mathcal{U},\ \mathcal{V})$ engendre $E \iff E = F + G$

28) Soient $P = \sum\limits_{k=0}^{+\infty} a_k X^k$ et $n \in \mathbb{N}$ (C 3100b)

$\text{d}^\circ P \leq n \iff \forall k \in \mathbb{N},\ k \geq n+1 \Rightarrow a_k = 0$

29) Soient deux polynômes de $\mathbb{K}[X]$ $P,\ Q$ non nuls (C 3112)

$\text{d}^\circ(P+Q) \leq \max(\text{d}^\circ P, \text{d}^\circ Q)$

et $\text{d}^\circ P \neq \text{d}^\circ Q \Rightarrow \text{d}^\circ(P+Q) = \max(\text{d}^\circ P, \text{d}^\circ Q)$

30) Vrai ou Faux ? .... **Vrai** (C 3133c)

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ et $a \in \mathbb{K}$

a est une racine double de $P \Rightarrow P(a) = P'(a) = 0$

$\boxed{\text{Par contre la réciproque est fausse}}$