

1) $\sqrt{x^2} = |x|$ pour $x \in \mathbb{R}$ (C 026a)

2) $2 < a < 3$ et $-1 < b < 2$ Encadrer $A = 3a - 2b$ (C 070a)

$$2 < a < 3 \Rightarrow 6 < 3a < 9 \quad (1)$$

$$-1 < b < 2 \Rightarrow -4 < -2b < 2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow 2 < 3a - 2b < 11 \quad (1)+(2)$$

3) Pour $-1 < a < 3$, Encadrer $A = a^2$ (C 070d)

$$-1 < a < 3 \Rightarrow -1 < a < 0 \text{ ou } 0 \leq a < 3$$

$$\text{1er cas : } -1 < a < 0 \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ car tout est négatif}$$

$$\text{2ème cas : } 0 \leq a < 3 \Rightarrow 0 \leq a^2 < 9 \text{ car tout est positif}$$

$$\text{Dans tous les cas } 0 \leq A < 9$$

4) $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + x + 10$ admet pour racine 2 (C 081)

Trouver alors le polynôme $Q(x)$ tel que $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x - 2)Q(x)$

$$P \text{ est de degré 3 donc } Q \text{ est de degré 2. } Q(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\text{En développant on a : } P(x) = ax^3 + (b - 2a)x^2 + (c - 2a)x - 2c$$

$$\text{Par identification } a = 2, b - 2a = -7, c - 2b = 1, -2c = 10$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 2a - 7 = -3, c = 1 + 2b = -5, c = -5$$

$$Q(x) = 2x^2 - 3x - 5$$

5) $\tan(\pi/6) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (C 101a)

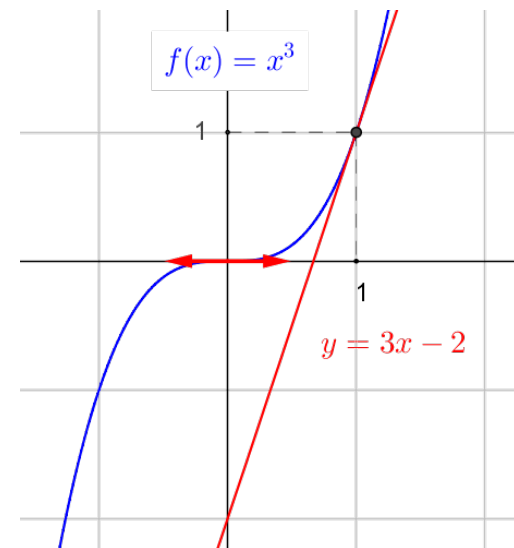
6) **Formule de linéarisation :** $\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$ (C 121a)

Cela vient de la formule $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$

7) $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ (C 402b)

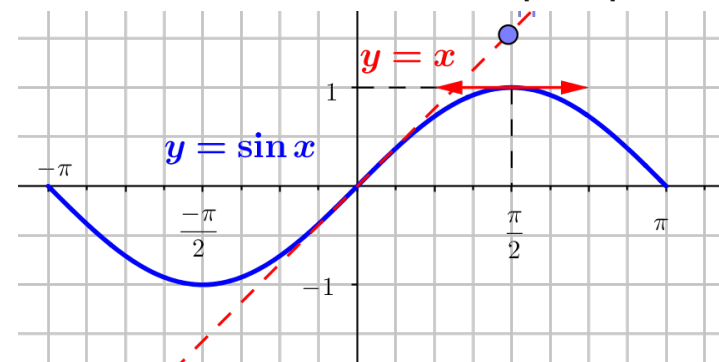
8) La courbe (C) d'équation $y = \exp x$ (C 440b)
admet une tangente d'équation : $y = x + 1$ au point $(0; 1)$

9) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto x^3$ (C 442)



Remarque : faire apparaître la tangente horizontale

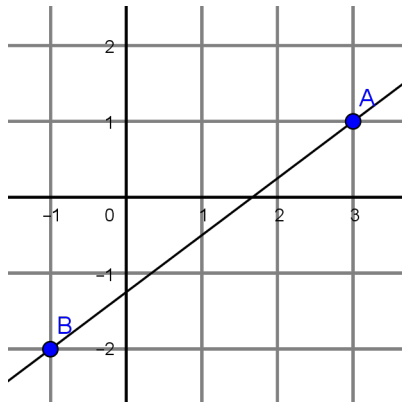
10) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \sin x$ sur $[-\pi, \pi]$ (C 446a)



Tracer la tangente en 0 et donner son équation : $y = x$

La tangente doit passer par le point $(\pi/2, 1)$ à peu de chose près

- 11) Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AB) (C 461b)



$$y = ax + b \quad \text{coefficient directeur} \quad a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 1}{-1 - 3} = \frac{3}{4}$$

$$b = y_A - a \cdot x_A = 1 - \frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{-5}{4} \quad \boxed{y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}$$

- 12) Pour $x \in \mathbb{R}$, $|2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } 2x - 3 \geq 0 \\ -2x + 3 & \text{si } 2x - 3 < 0 \end{cases}$ (C 560d)

- 13) Avec la valeur absolue : $x \in [-5, 1] \iff |x + 2| \leq 3$ (C 565c)

Segment de centre -2 et de rayon 3

- 14) Donner un encadrement, le plus précis possible, de $\lfloor x \rfloor$ en utilisant x
 $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$ (C 601a)

- 15) Approximation décimale de x à 10^{-n} près par défaut : $\frac{\lfloor 10^n x \rfloor}{10^n}$ (C 605a)

- 16) Soit (E) une équation d'inconnue x et d'ensemble solution S . (C 713b)

« 3 et 7 sont les seules solutions possibles de (E) »

Est équivalent à : $S \subset \{3; 7\}$

En effet, l'ensemble des solutions ne peut contenir au maximum que 3 et 7. Donc il est inclus dans $\{3; 7\}$

- 17) Vrai ou Faux? **Faux** (C 716c)

$$\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y < x$$

Cela ne marche pas si $x = 0$

- 18) Vrai ou Faux?... **Vrai** (C 717b)

$$x > 3 \iff (x > 2 \text{ ET } x > 3)$$

- 19) La courbe C_f admet une asymptote horizontale en $+\infty$ (C 1015c)

$$\text{d'équation } y = a \iff \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$$