

1) Pour $x > 0$ et $(b, c) \in \mathbb{R}^2$, $x^{b \times c} = (x^b)^c = (x^c)^b$ (C 015c)

2) Pour $x > 0$, $\sqrt[n]{x} = x^{1/n} = e^{\frac{1}{n}(\ln x)}$ (C 056)

3) $\boxed{2 < a < 3 \text{ et } -5 < b < 2 \text{ Encadrer } A = ab}$ (C 070b)

- 1er cas : $-5 < b \leq 0 \Rightarrow 0 < -b < 5$ et $2 < a < 3$
 $\Rightarrow 0 < -ab < 15$ (car tout est positif) $\Rightarrow \underline{-15 < ab < 0}$
- 2ème cas : $0 \leq b < 2$ et $2 < a < 3 \Rightarrow \underline{0 \leq ab < 6}$ (tt est positif)

Dans tous les cas : $-15 < A < 6$

4) Soit $P(x)$ un polynôme. 2 est racine de P (C 080)

si et seulement si P est factorisable par $(x + 2)$

5) $\boxed{P(x) = 2x^3 - 7x^2 + x + 10 \text{ admet pour racine } 2}$ (C 081)

Trouver alors le polynome $Q(x)$ tel que $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x - 2)Q(x)$

P est de degré 3 donc Q est de degré 2. $Q(x) = ax^2 + bx + c$

En développant on a : $P(x) = ax^3 + (b - 2a)x^2 + (c - 2a)x - 2c$

Par identification $a = 2, b - 2a = -7, c - 2b = 1, -2c = 10$

$$\Rightarrow a = 2, b = 2a - 7 = -3, c = 1 + 2b = -5, c = -5$$

$$Q(x) = 2x^2 - 3x - 5$$

6) $\cos(2\pi/3) = -1/2$ (C 100f)

7) $\cos(x) = 0 \iff x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 102b)

8) $\sin x = \frac{-1}{2}$ (C 103b)

$$\iff x = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi \text{ OU } \frac{-5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

9) $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \iff x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 104a)

10) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ (C 105a)

11) $\sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ (C 110a)

12) **Formule de linéarisation :** $\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$ (C 121a)

$$\boxed{\text{Cela vient de la formule } \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1}$$

13) **Formules de factorisation :**

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \quad (\text{C 155a})$$

14) $\cos x < -\frac{1}{2} \iff \frac{2\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 162b)

15) $\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \iff \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq \frac{9\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 163c)

$$\left(\iff \frac{-5\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right)$$

$$\left(\iff x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} [3\pi/4 + 2k\pi, 9\pi/4 + 2k\pi] \right)$$

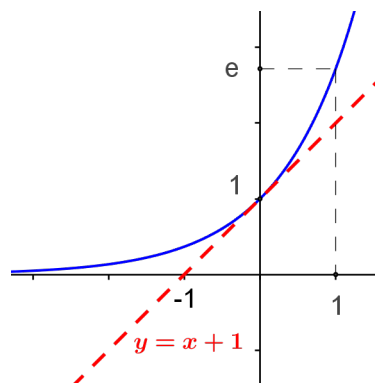
16) $(\cos x)' = -\sin x$ sur $\mathbb{R}$ (C 411b)

17) f dérivable sur $\mathbb{R}$. $g(x) = f(x^2) \Rightarrow g'(x) = (2x).f'(x^2)$ (C 419a)

- 18) Tracer l'allure de la courbe de
- $x \mapsto e^x$

(C 440c)

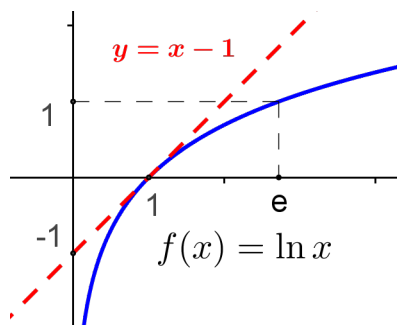
Tracer et donner l'équation d'une tangente particulière

tangente d'équation : $y = x + 1$ au point $(0, 1)$

- 19) Tracer l'allure de la courbe de
- $x \mapsto \ln x$

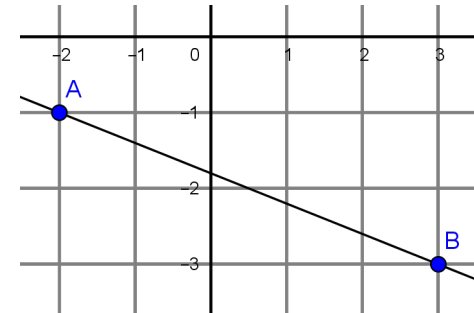
(C 441a)

Tracer une tangente particulière et donner son équation



- 20) Déterminer l'équation cartésienne de la droite
- (AB)

(C 461a)



$$y = ax + b \quad \text{coefficient directeur} \quad a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2}{5}$$

$$b = y_A - a \cdot x_A = -1 + \frac{2}{5}(-2) = \frac{-9}{5}$$

$$y = \frac{-2}{5}x + \frac{-9}{5}$$

- 21)
- Définition
- :
- $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases} = \max(x, -x)$
- (C 560a)

- 22) Soit
- $a \in \mathbb{R}$
- et
- $r > 0$
- (C 565b)

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad x \in [a - r, a + r] \iff |x - a| \leq r$$

$$x \in [a - r, a + r] \iff a - r \leq x \leq a + r \iff -r \leq x - a \leq +r \iff |x - a| \leq r$$

- 23)
- $x_1 \geq a$
- ou
- $x_2 \geq a$
- ... ou
- $x_n \geq a$
- (C 588c)

$$\iff \max(x_1, \dots, x_n) \geq a$$

- 24)
- $\exists k \in [[1, n]], x_k \geq a \iff \max(x_1, \dots, x_n) \geq a$
- (C 588g)

- 25)
- $\max(x_1, \dots, x_n) \leq a \iff \forall i \in [[1, n]], x_i \leq a$
- (C 589e)

$$(\iff x_1 \leq a \text{ et } x_2 \leq a \dots \text{ et } x_n \leq a)$$

- 26)
- $\forall x \in \mathbb{Z} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad [x + y] = x + [y]$
- (C 602d)

27) Démonstration de : $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, y \geq x$ (C 715b)

Prenons $x = 0 \quad x \in \mathbb{N}$

Soit $y \in \mathbb{N}$ On a bien $x \leq y$ CQFD

28) Vrai ou Faux ? ... **Vrai** (C 716d)

$$\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}, y < x$$

Il suffit de prendre, par exemple : $y = x - 1$

29) Vrai ou Faux ? ... **Vrai** (C 717c)

$$(x > 2 \text{ OU } x > 3) \iff x > 2$$

30) La courbe C_f admet une asymptote horizontale en $+\infty$ (C 1015c)

$$\text{d'équation } y = a \iff \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$$