

1) Écrire sous la forme $a \cdot q^n$ $\frac{2^{2n-1}}{e^{kn}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2^{2n}}{e^{kn}} = \frac{1}{2} \left(\frac{2^2}{\exp(k)} \right)^n$ (C 018c)

2) $\boxed{2 < a < 3 \text{ et } -1 < b < 2}$ Encadrer $A = 3a - 2b$ (C 070a)

$$\begin{aligned} 2 < a < 3 &\Rightarrow 6 < 3a < 9 & (1) \\ -1 < b < 2 &\Rightarrow -4 < -2b < 2 & (2) \\ &\Rightarrow 2 < 3a - 2b < 11 & (1)+(2) \end{aligned}$$

3) La fonction tangente est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ (C 099b)

4) $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \iff x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$ (C 102c)

5) Dans $\mathbb{R}$: $\tan x = \sqrt{3} \iff x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 104c)

6) $-\sin(x) = \sin(-x) = \sin(\pi + x)$ (C 110c)

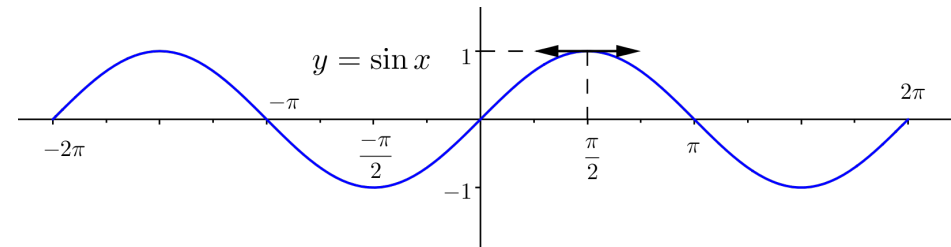
7) $\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$ (C 155b)

8) $\cos x > -\frac{1}{2} \iff \frac{-2\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ (C 162a)

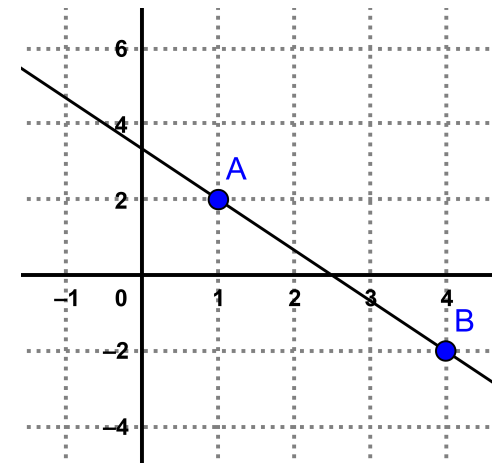
9) $\tan x \geq -1 \iff \frac{-\pi}{4} + k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ (C 176b)

10) Soit $a > 0$ $(a^x)' = (e^{x \ln a})' = (\ln a) \cdot e^{x \ln a} = \boxed{(\ln a) \cdot a^x}$ sur $\mathbb{R}$ (C 414)

11) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \sin x$ sur $[-2\pi, 2\pi]$ (C 446b)



12) Représenter la droite de coefficient directeur $-\frac{3}{2}$ passant par le point B (C 460c) **Résultat faux : -1**



13) $\left(\sum_{k=1}^n a_k \right) \left(\sum_{j=1}^p b_j \right) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^p a_k b_j$ (C 502b)

14) Vrai ou Faux ?... **Faux** (C 502h)

$$\sum_{i=1}^n i \sum_{j=1}^i j = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{i(i+1)}{2}$$

Le résultat ne peut pas dépendre de l'indice i

15) $\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - 2a_k + a_{k-1}) = \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) + \sum_{k=1}^n (-a_k + a_{k-1})$
 $= (a_{n+1} - a_1) + (-a_n + a_0)$ par télescopage (C 505d)

16) (u_n) arithmétique de raison r : $u_n = u_1 + (n-1).r$ (C 510a)

17) (u_n) arithmétique $\Rightarrow \sum_{k=0}^n u_k = (n+1) \frac{u_0 + u_n}{2}$ (C 511b)

18) Définition (u_n) est une suite géométrique de raison q . (C 514a)

$$\iff \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = q.u_n \iff \forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0.q^n$$

19) $\sum_{k=0}^n q^k = \begin{cases} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} & \text{pour } q \neq 1 \\ n+1 & \text{pour } q = 1 \end{cases}$ (C 516a)

20) Pour $x^2 \neq 1$ et $n \geq 5$ (C 517b)

$$\sum_{k=5}^n x^{2k} = \sum_{k=5}^n (x^2)^k = \frac{(x^2)^5 - (x^2)^{n+1}}{1 - x^2} = \frac{x^{10} - x^{2n+2}}{1 - x^2}$$

21) Changement d'indices $j = n - k \iff k = n - j$ (C 530c)

$$\Rightarrow 2k+1 = 2n-2j+1 \quad \begin{cases} k=n & j=0 \\ k=1 & j=n-1 \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^n (2k+1)u_{n-k} = \sum_{j=0}^{n-1} (2n-2j+1)u_j$$

22) pour $n < p$, $\sum_{j=0}^n x_j = \sum_{j=0}^p x_j - \sum_{j=n+1}^p x_j$ (C 537b)

23) $\min(x_1, \dots, x_n) \leq a$ (C 589b)

$$\iff x_1 \leq a \quad \text{OU} \quad x_2 \leq a \quad \text{OU} \dots \text{OU} \quad x_n \leq a$$

$$(\iff \exists i \in [[1, n]], x_i \leq a)$$

24) Pour $n \geq 1$, $\prod_{k=0}^n (a.u_k) = a^{n+1} \prod_{k=0}^n u_k$ (C 611a)

25) Pour $n \geq 1$, $\prod_{k=n}^{2n} k = \frac{\prod_{k=1}^{2n} k}{\prod_{k=1}^{n-1} k} = \frac{(2n)!}{(n-1)!}$ (C 621c)

26) $1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n+1) = \frac{(2n+1)!}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times (2n)} = \frac{(2n+1)!}{2^n n!}$ (C 623b)

27) Soit (E) une équation d'inconnue x et d'ensemble solution S . (C 713b)

$$\ll 3 \text{ et } 7 \text{ sont les seules solutions possibles de } (E) \gg$$

$$\text{Est équivalent à : } S \subset \{3; 7\}$$

En effet, l'ensemble des solutions ne peut contenir au maximum que 3 et 7. Donc il est inclus dans $\{3; 7\}$

28) Définition : f est croissante sur I (C 1000b)

$$\iff \forall (a, b) \in I^2, \quad a \leq b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$$

29) Soit $f : I \rightarrow J$ une fonction. (C 1022a)

$$f \text{ est la fonction nulle sur } I \iff \forall x \in I, f(x) = 0$$

30) Soit $f : I \rightarrow J$ une fonction. Traduire avec quantificateurs : (C 1025a)

$$32 \text{ n'a pas d'antécédent par } f \text{ dans } I \iff \forall x \in I, f(x) \neq 32$$