

1) $(\ln a)^n = \text{PFC}$ (C 043b)

2) Dans $\mathbb{R}$: $2x^2 + x < 0 \iff x(2x + 1) < 0$ (C 076c)
 $\iff -1/2 < x < 0$

3) $\cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ (C 102a)
 $\iff x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ OU } x = \frac{-5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

4) $\tan x = \frac{-1}{\sqrt{3}} \iff x = \frac{-\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 104b)

5) $\cos(\pi - x) = -\cos x$ (C 107b)

6) $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + \tan \pi/4}{1 - \tan x \tan \pi/4} = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x}$ (C 126a)

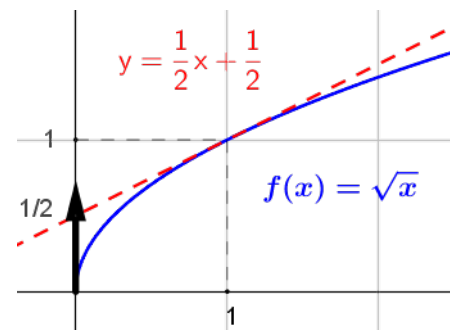
7) $\sin 2x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ (C 161a)
 $\iff 2x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 2x = \frac{-2\pi}{3} + 2k\pi$
 $\iff x = \frac{-\pi}{6} + k\pi \text{ ou } x = \frac{-\pi}{3} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

8) $\tan x \geq -1 \iff \frac{-\pi}{4} + k\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ (C 176b)

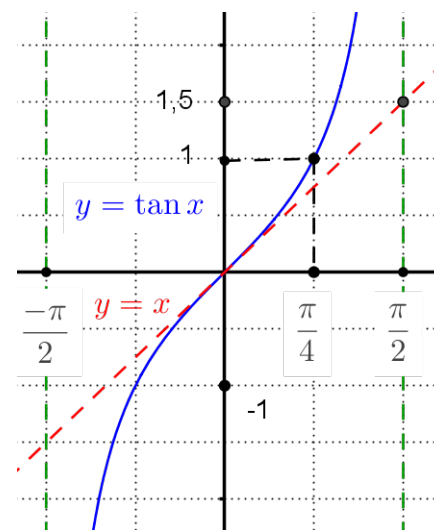
9) Soit $a > 0$ $(a^x)' = (e^{x \ln a})' = (\ln a) \cdot e^{x \ln a} = \boxed{(\ln a) \cdot a^x}$ sur $\mathbb{R}$ (C 414)

10) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \sqrt{x}$ (C 443a)

Tangente verticale en 0



11) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \tan x$ sur $[-\pi/2, \pi/2]$ (C 448a)



12) $\sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k = \sum_{k=1}^n (a_k + b_k)$ (C 500a)

13) $\left(\sum_{k=1}^n a_k\right) \left(\sum_{j=1}^p b_j\right) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^p a_k b_j$ (C 502b)

14) Vrai ou Faux ?... **Faux**

(C 502h)

$$\sum_{i=1}^n i \sum_{j=1}^i j = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{i(i+1)}{2}$$

Le résultat ne peut pas dépendre de l'indice i 15) Par télescopage : $\sum_{k=2}^{n+1} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}$ (C 506a)16) Définition : (u_n) est une suite arithmétique de raison r (C 510c)
 $\iff \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + r \iff \forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + n.r$ 17) $\sum_{k=p}^n k = (n-p+1) \frac{n+p}{2}$ (C 511c)Somme d'une suite arithmétique (de raison 1) :
(nombre de termes) $\times$ (moyenne des extrêmes)18) (u_n) géométrique de raison $q \neq 1$ (C 515b)

$$\sum_{k=p}^n u_k = u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} = \frac{u_p - u_{n+1}}{1 - q}$$

- Les deux formules sont à connaître et sont équivalentes puisque $u_p q^{n-p+1} = u_{n+1}$
- Ne pas oublier le premier terme u_p car la somme commence avec $k = p$ (et non $k = 0$)

19) $\sum_{k=p}^n q^k = q^p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} = \frac{q^p - q^{n+1}}{1 - q}$ pour $q \neq 1$ (C 516c)

$$\begin{aligned} & (\text{premier terme}) \times \frac{1 - \text{raison}^{(\text{nbre termes})}}{1 - \text{raison}} \\ &= \frac{(\text{1er qui y est}) - (\text{1er qui n'y est plus})}{1 - \text{raison}} \end{aligned}$$

20) Pour $x \neq 1$ et $n \geq 5$

(C 517b)

$$\sum_{k=10}^{2n} x^{3k} = \sum_{k=10}^{2n} (x^3)^k = \frac{(x^3)^{10} - (x^3)^{2n+1}}{1 - x^3} = \frac{x^{30} - x^{6n+3}}{1 - x^3}$$

21) Calculer : $S_n = \sum_{j=0}^n (n+1-j)^3$ (E 531b)Changement d'indices $k = n+1-j \Rightarrow \begin{cases} j = n & k = 1 \\ j = 0 & k = n+1 \end{cases}$

$$S_n = \sum_{k=1}^{n+1} k^3 = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$$

22) Pour $n \geq 1$, on pose $S_n = \sum_{k=n}^{n+20} \frac{1}{k}$ (C 538b)

$$\text{Alors } S_{n+1} - S_n = \sum_{k=n+1}^{n+21} \frac{1}{k} - \sum_{k=n}^{n+20} \frac{1}{k} = \frac{1}{n+21} - \frac{1}{n}$$

Si on veut faire en détail, on fait apparaître les termes communs aux deux sommes : de $n+1$ à $n+20$:

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= \sum_{k=n+1}^{n+21} \frac{1}{k} = \frac{1}{n+21} + \sum_{k=n+1}^{n+20} \frac{1}{k} \\ S_n &= \sum_{k=n}^{n+20} \frac{1}{k} = \frac{1}{n} + \sum_{k=n+1}^{n+20} \frac{1}{k} \end{aligned}$$

D'où le résultat

23) Vrai ou Faux ?... **Faux**

(C 603c)

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad [-x] = -[x]$$

Par exemple : $[-1,5] = -2$ et $[1,5] = 1$ 24) Pour $n \geq 1$, $\prod_{k=1}^n (a.u_k) = a^n \prod_{k=1}^n u_k$ (C 611b)

25) Pour $n \geq 1$, $\prod_{k=n}^{2n} k = \frac{\prod_{k=1}^{2n} k}{\prod_{k=1}^{n-1} k} = \frac{(2n)!}{(n-1)!}$ (C 621c)

26) $2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times (2n) = 2^n \cdot n!$ (C 623c)

27) Vrai ou Faux ? **Vrai** (C 716a)

$$\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y > x$$

28) Définition : $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est strictement croissante sur I (C 1000d)

$$\iff \forall (x,y) \in I^2, x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$$

29) Soit $f : I \rightarrow J$ une fonction. (C 1022b)

$$f \text{ s'annule} \iff \exists \in I, f(x) = 0$$

30) Soit $f : I \rightarrow J$ une fonction. Traduire avec quantificateurs : (C 1025b)

$$4 \text{ a au moins un antécédent par } f \iff \exists x \in I, f(x) = 4$$