

**Exercice 1** Forme algébrique

- On pose  $z_1 = a + b\mathbf{i}$   $z_2 = c + d\mathbf{i}$ . Mq  $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
- Mettre les nombres complexes suivants sous forme algébrique :  

$$a = \frac{2+3\mathbf{i}}{-4+\mathbf{i}}, \quad b = \frac{3+7\mathbf{i}}{1-3\mathbf{i}}, \quad c = \frac{2-3\mathbf{i}}{1+\mathbf{i}} + \frac{2+3\mathbf{i}}{1-\mathbf{i}} \quad d = (2-3\mathbf{i})^3$$
- Resoudre l'équation  $(2+3\mathbf{i})z + 4 = -2\mathbf{i}z + 3 - 5\mathbf{i}$

**Exercice 2** Module

Définition :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, |a + b\mathbf{i}| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$

- Mq  $\forall (z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2, |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
- Calculer le module de  $z_1 = (1+2\mathbf{i})^5, z_2 = \frac{(3+4\mathbf{i})}{(5-\mathbf{i})^3}, z_3 = \left(\frac{(3+2\mathbf{i})}{(1-5\mathbf{i})^3}\right)^4$

**Exercice 3** Forme exponentielle

Définition : On pose pour  $a \in \mathbb{R}, e^{\mathbf{i}a} = \cos(a) + \mathbf{i} \sin a$

- Ecrire sous forme exponentielle  

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2} + \mathbf{i} \frac{\sqrt{2}}{2} \quad b = \frac{-1}{2} + \mathbf{i} \frac{\sqrt{3}}{2} \quad c = \mathbf{i} \quad d = -1 \quad e = -\mathbf{i}$$
- Démontrer que  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, e^{\mathbf{i}a} e^{\mathbf{i}b} = e^{\mathbf{i}(a+b)}$
- Déterminer  $e^{-\mathbf{i}a}$  en fonction de  $e^{\mathbf{i}a}$
- Déterminer la forme exponentielle de  $f = -e^{\mathbf{i}a}, \quad g = \mathbf{i}e^{\mathbf{i}a}$

**Exercice 4**

Mettre sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

- $z_1 = -7 + 7\mathbf{i}$
- $z = \sin a - \mathbf{i} \cos a$  où  $a \in \mathbb{R}$
- $z = -\cos a + \mathbf{i} \sin a$
- $z = \frac{\cos a - \mathbf{i} \sin a}{\sin a - \mathbf{i} \cos a}$

**Exercice 5** Calculer sous forme trigonométrique puis algébrique

- $z_1 = (-2 - 2\mathbf{i})^7$
- $z_2 = \left(\frac{3-3\mathbf{i}}{1+\sqrt{3}\mathbf{i}}\right)^8$

**Exercice 6** (complexes de module 1) Soient  $z_1$  et  $z_2$  deux nombres complexes de module 1 tels que  $z_1 z_2 \neq -1$ . Montrer que  $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} \in \mathbb{R}$ .

**Exercice 1** Forme algébrique

- On pose  $z_1 = a + b\mathbf{i}$   $z_2 = c + d\mathbf{i}$ . Mq  $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
- Mettre les nombres complexes suivants sous forme algébrique :  

$$a = \frac{2+3\mathbf{i}}{-4+\mathbf{i}}, \quad b = \frac{3+7\mathbf{i}}{1-3\mathbf{i}}, \quad c = \frac{2-3\mathbf{i}}{1+\mathbf{i}} + \frac{2+3\mathbf{i}}{1-\mathbf{i}} \quad d = (2-3\mathbf{i})^3$$
- Resoudre l'équation  $(2+3\mathbf{i})z + 4 = -2\mathbf{i}z + 3 - 5\mathbf{i}$

**Exercice 2** Module

Définition :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, |a + b\mathbf{i}| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$

- Mq  $\forall (z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2, |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
- Calculer le module de  $z_1 = (1+2\mathbf{i})^5, z_2 = \frac{(3+4\mathbf{i})}{(5-\mathbf{i})^3}, z_3 = \left(\frac{(3+2\mathbf{i})}{(1-5\mathbf{i})^3}\right)^4$

**Exercice 3** Forme exponentielle

Définition : On pose pour  $a \in \mathbb{R}, e^{\mathbf{i}a} = \cos(a) + \mathbf{i} \sin a$

- Ecrire sous forme exponentielle  

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2} + \mathbf{i} \frac{\sqrt{2}}{2} \quad b = \frac{-1}{2} + \mathbf{i} \frac{\sqrt{3}}{2} \quad c = \mathbf{i} \quad d = -1 \quad e = -\mathbf{i}$$
- Démontrer que  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, e^{\mathbf{i}a} e^{\mathbf{i}b} = e^{\mathbf{i}(a+b)}$
- Déterminer  $e^{-\mathbf{i}a}$  en fonction de  $e^{\mathbf{i}a}$
- Déterminer la forme exponentielle de  $f = -e^{\mathbf{i}a}, \quad g = \mathbf{i}e^{\mathbf{i}a}$

**Exercice 4**

Mettre sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

- $z_1 = -7 + 7\mathbf{i}$
- $z = \sin a - \mathbf{i} \cos a$  où  $a \in \mathbb{R}$
- $z = -\cos a + \mathbf{i} \sin a$
- $z = \frac{\cos a - \mathbf{i} \sin a}{\sin a - \mathbf{i} \cos a}$

**Exercice 5** Nombres complexes

Calculer sous forme trigonométrique puis algébrique

- $z_1 = (-2 - 2\mathbf{i})^7$
- $z_2 = \left(\frac{3-3\mathbf{i}}{1+\sqrt{3}\mathbf{i}}\right)^8$

**Exercice 6** (complexes de module 1) Soient  $z_1$  et  $z_2$  deux nombres complexes de module 1 tels que  $z_1 z_2 \neq -1$ . Montrer que  $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} \in \mathbb{R}$ .