1) $\frac{-2}{3}x+\frac{5}{6}>\frac{1}{4} \iff 12(\frac{-2}{3}x+\frac{5}{6})>12\frac{1}{4}$ (C 061)
$\iff -8x+10>3 \iff -8x>-7 \iff x<\frac{7}{8}$

2) Dans $\mathbb{R}$: $x^2>x \iff x^2-x>0$ (C 067a)
$\iff x(x-1)>0 \iff x\in]-\infty;0[\cup]1,+\infty[$

3) $P(x)=2x^3-7x^2+x+10$ admet pour racine 2 (C 081)
Trouver alors le polynome $Q(x)$ tel que $\forall x\in\mathbb{R}$, $P(x)=(x-2)Q(x)$

P est de degré 3 donc Q est de degré 2. $Q(x)=ax^2+bx+c$
En développant on a : $P(x)=ax^3+(b-2a)x^2+(c-2a)x-2c$
Par identification $a=2$, $b-2a=-7$, $c-2b=1$, $-2c=10$
$\Rightarrow \quad a=2, b=2a-7=-3, c=1+2b=-5, c=-5$
$Q(x)=2x^2-3x-5$

4) $-\cos(x)=\cos(\quad x+\pi\quad)=\cos(\quad -x+\pi\quad)$ (C 111c)

5) $\tan x<\sqrt{3} \iff \frac{-\pi}{2}+k\pi<x<\frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$ (C 176a)

6) Soit $z\in\mathbb{C}$, $z.\overline{z}=|z|^2=a^2+b^2$ (C 210d)

7) Pour $z\in\mathbb{C}^*$, $n\in\mathbb{N}$, $n\arg(z)=\arg(z^n)\ [2\pi]$ (C 224b)

8) Pour $x\in\mathbb{R}$, $e^{ix}=1 \iff x=2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$ (C 239a)

9) $e^z=e^{z'} \iff \frac{e^{z'}}{e^z}=e^{z'-z}=1 \iff z'-z=\mathbf{i}.2k\pi$ (C 241)
$\iff \boxed{z'=z+\mathbf{i}.2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}} \iff \begin{cases}\mathrm{Re}(z)=\mathrm{Re}(z')\\ \mathrm{Im}(z)=\mathrm{Im}(z')\ [2\pi]\end{cases}$

10) Définition : $\mathbb{U}=\quad \{z\in\mathbb{C}\ /\ |z|=1\}$ (C 250f)

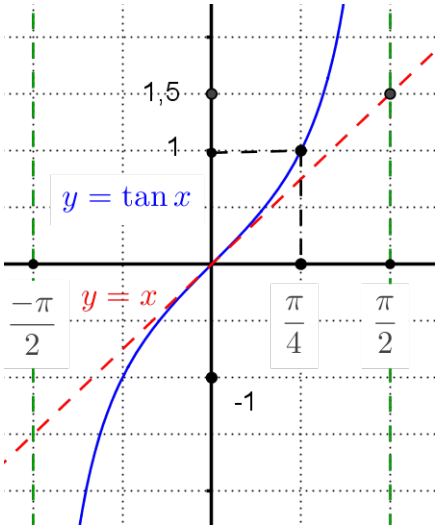
11) Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (C 351c)
Soient $\vec{u}$, $\vec{w}$ deux vecteurs d'affixes z_u,z_w non nulles
Interprétation géométrique :
$$\arg\left(\frac{z_u}{z_w}\right)=\arg\left(z_u\right)-\arg\left(z_w\right)=(\vec{w},\vec{u})\quad[2\pi]$$

12) Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. (C 356h)
Soient $\vec{u}$, $\vec{w}$ deux vecteurs d'affixes z_u, z_w non nulles. Alors :
$$\frac{z_w}{z_u}\in\mathbb{R}^* \iff \vec{u},\vec{w} \text{ sont } \boxed{\text{colinéaires}}.$$

13) $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ sur $]0,+\infty[$ $(=\mathbb{R}_+^*)$ (C 402a)

14) $(\arccos x)'=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ pour $x\in]-1,1[$ (C 431a)

15) Tracer l'allure de la courbe de $x\mapsto\tan x$ sur $[-\pi/2,\pi/2]$ (C 448a)



16) $\sum_{k=p}^{n} k = (n-p+1)\frac{n+p}{2}$ (C 511c)

Somme d'une suite arithmétique (de raison 1) :
(nombre de termes) × (moyenne des extrêmes)

17) $\left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right)\left(\sum_{k=1}^{n} b_k\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)\left(\sum_{k=1}^{n} b_k\right) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} a_j b_k$ (C 538c)

Il faut changer au moins un des indices pour le faire correctement

18) $\max(x_1, \ldots, x_n) \leq a \iff \forall i \in [[1,n]],\ x_i \leq a$ (C 590a)
$(\iff x_1 \leq a$ <u>et</u> $x_2 \leq a \ \ldots$ <u>et</u> $x_n \leq a)$

19) $1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times 15 = \dfrac{15!}{2 \times 4 \times \cdots \times 14} = \dfrac{15!}{2^7.7!}$ (C 623a)

20) $(3x-2)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} (3x)^k (-2)^{n+1-k}$ (C 636c)

Ne pas oublier les parenthèses autour de $3x$ sinon c'est faux !

21) Démonstration de : $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y > x$ (C 715a)
<u>Soit</u> $x \in \mathbb{N}$
<u>Prenons</u> $y = x+1$
$x \in \mathbb{N}$ donc <u>$y \in \mathbb{N}$</u> De plus <u>$y > x$</u> CQFD

22) Vrai ou Faux ?...**Faux** (C 724b)
$P \Rightarrow (P$ et $Q)$

23) $x \notin A \cap B \iff x \notin A$ OU $x \notin B$ (C 742a)

Ecrire « x n'appartient pas à A et B » n'a aucun sens logique
C'est la négation de $x \in A \cap B \iff (x \in A$ ET $x \in B)$

24) Soit $f, g : E \to \mathbb{R}$ deux fonctions. $f+g$ est définie par : (C 767)
$f+g : E \to \mathbb{R}, \quad \forall x \in E, (f+g)(x) = f(x) + g(x)$

Pour définir une correctement fonction , il faut donner - son ensemble de départ, - son ensemble d'arrivée, - l'image de tout x du départ

25) Soient $f : E \to F$ et $g : G \to H$ deux applications (C 769)
$f = g \iff$
- $E = G$ et $F = H$
(même ensemble de départ et même ensemble d'arrivé)
- $\forall x \in E, f(x) = g(x)$

26) L'ensemble d'arrivée de *arctan* est $\left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ (C 904b)

27) $\arctan\sqrt{3} = \dfrac{\pi}{3}$ (C 912d)

28) $\arccos(\sin(\frac{\pi}{8}) = \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}) = \arccos(\cos(\frac{3\pi}{8}) = \frac{3\pi}{8}$ (C 915d)
car $\frac{3\pi}{8} \in [0, \pi]$

29) Pour $a \in \mathbb{R}$, (C 919d)
$a = \arccos\frac{4}{5} \iff \left(\cos a = \frac{4}{5} \text{ ET } a \in [0, \pi]\right)$

30) Soit $f : I \to J$ une fonction. Traduire avec quantificateurs : (C 1023a)
f est constante $\iff \forall (x,y) \in I^2, f(x) = f(y)$
(ou bien : $\exists b \in J, \forall x \in I, f(x) = b$)