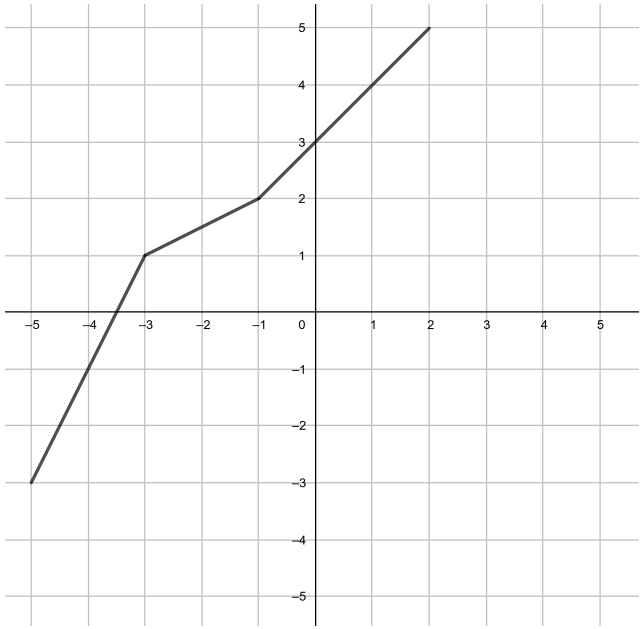
Exercice 1 Composées

a) Soient les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$ $g(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$

Déterminer les domaines de définition de f, g, $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ et calculer ces fonctions

b) Mêmes questions avec $f(x) = \sqrt{x-3}$, $g(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$

Exercice 2 Soit f la fonction dont voici le graphe :



a) Donner l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivé de f pour que ce soit une bijection. On note f^{-1} la réciproque de f

b) Déterminer $f^{-1}(-1)$, $f^{-1}(2)$, $f^{-1}(4)$

c) Tracer le graphe de la réciproque. Quelle transformation **géométrique** a-t-on utilisé ?

d) Déterminer la dérive de f^{-1} en -1, en 1.
Quel est le lien avec la dérivée de f ?

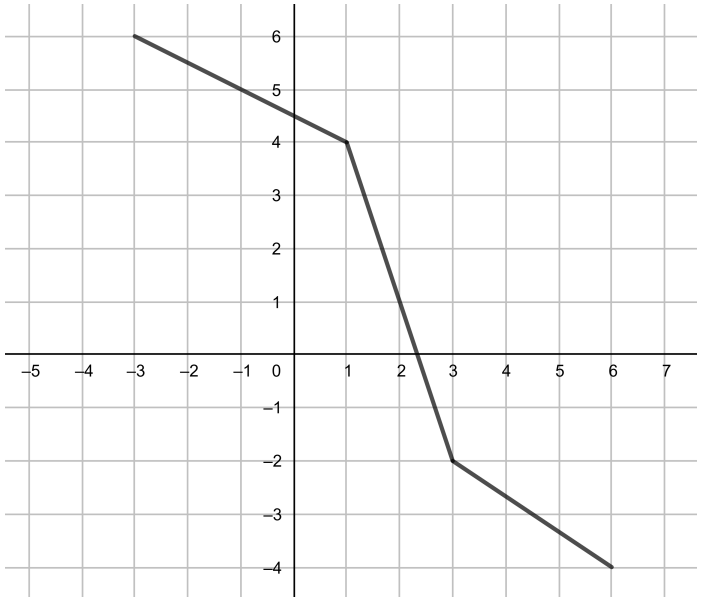
Exercice 3 Soit f la fonction dont voici le graphe :

a) Donner l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivé de f pour que ce soit une bijection. On note f^{-1} la réciproque de f

b) Déterminer $f^{-1}(-3)$, $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(5)$

c) Tracer le graphe de la réciproque.

d) Déterminer la dérive de f^{-1} en -3, en 1 et en 5.



Exercice 4 Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto 1 + x + x^3$

a) Montrer que f définit une bijection dont on donnera les ensembles de départ I et d'arrivée J

b) Déterminer $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(3)$, $f^{-1}(-7)$

c) Déterminer la dérive de f^{-1} en 0, en 2 et en -8.

d) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, montrer qu'il existe un unique réel u_n tel que $f(u_n) = n$

e) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq -1$

f) Montrer que la suite (u_n) est croissante et que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

Exercice 5 Soit $f :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln x - x$

a) Étudier les variations de f et ses limites. Faire son TV.

b) Montrer que f définit une bijection de]0,1] dans un ensemble J_1 qu'on déterminera. (On notera g sa réciproque) et une bijection de $[1; +\infty[$ dans J_2 (à préciser). On notera g sa réciproque

c) Déterminer les tableaux de variations complets de g et h

d) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$ avec $m \in \mathbb{R}$ (on discutera différents cas)