CLASSES DE PCSI 1 - D.L N° 7 DE PHYSIQUE

Problème 1: Pression de radiation et lévitation optique…

On considère une onde plane progressive monochromatique de fréquence ν se propageant à la célérité c dans le vide dans la direction de l'axe Ox. Cette onde est modélisée par un champ électrique $\vec{E} = E_0.\cos(\omega.t - k.x).\vec{u}_y$. On montre que **la densité volumique d'énergie** associée à cette onde est $e_{vol} = \frac{1}{2}\varepsilon_0.E_0^2$ où $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ F.m^{-1}$ est la permittivité du vide. On donne la célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}0.10^8\ m.s^{-1}$ et on rappelle que l'unité du champ électrique E est le V/m.

1) Vérifié que e_{vol} est effectivement homogène à une énergie volumique.

2) Déterminer la quantité dE d'énergie qui traverse une surface S perpendiculaire à l'axe Ox entre les instants t et $t + dt$.

3) L'énergie d'un photon associé à cette onde est $h.\nu$ (où $h = 6{,}63.10^{-34}$ J.s est la constante de Planck). Exprimer le nombre dN_0 de photons qui traverse la surface S entre les instants t et $t + dt$, en fonction de $\varepsilon_0, c, S, E_0, h,\nu$ et dt.

4) L'onde arrive sur une surface plane parfaitement réfléchissante. On étudie le rebondissement des photons sur cette surface. Sachant que la quantité de mouvement d'un photon incident est $\frac{h.\nu}{c}\vec{u}_x$ quelle est la quantité de mouvement reçue par la paroi au cours d'un choc photon-paroi ?

5) En déduire la force exercée par le faisceau lumineux sur la paroi ? Montrer que la pression p exercée par l'onde lumineuse a pour expression $p = \varepsilon_0.E_0^2$. Que devient cette expression si la paroi est parfaitement absorbante ?

6) On considère un faisceau lumineux de puissance P. Quelle relation existe-t-il entre P et dE ?

7) La puissance du faisceau lumineux est $P = 100\ W$ (laser utilisé industriellement pour la découpe de feuilles). Calculer l'intensité du champ électrique E_0 ainsi que la pression p exercé par ce faisceau lumineux de diamètre $d = 5{,}0\ mm$ sur une paroi parfaitement absorbante.

8) On considère un cylindre de masse volumique μ, de rayon a et de hauteur $h = a$ plongé dans le champ de pesanteur d'intensité $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$. Le faisceau laser précédent éclaire la base du cylindre perpendiculairement (on supposera que $a < d$). Montrer que si a est inférieure à une certaine valeur a_0 dont on donnera l'expression, le cylindre peut-être soulevé par le faisceau (phénomène de lévitation optique).

9) Application numérique : calculer a_0 pour $\mu = 1{,}0.10^3\ kg.m^{-3}$.

Problème 2 : Air humide

L'air sec, de masse molaire $\overline{M_a}$, est constitué de diazote $N_{2(g)}$, de masse molaire M_{N_2} et de dioxygène $O_{2(g)}$ de masse molaire M_{O_2} (pour simplifier, la présence d'autres gaz rares est négligée).

L'air humide, noté **AH**, est un mélange de vapeur d'eau $H_2O_{(g)}$, de pression partielle p_e et d'air sec, de pression partielle p_a.

L'air est saturé en humidité lorsque la pression partielle p_e de vapeur d'eau devient égale à sa pression de vapeur saturante $P_e^*(T)$ à la température T considérée.

L'air humide non saturé, pour lequel $p_e < P_e^*(T)$, peut être décrit par les principaux paramètres suivants :

- le degré hygrométrique φ défini par le rapport $h = \dfrac{p_e}{P_e^*(T)}$, rapport qui varie entre 0 et 1.
- l'humidité relative ε (en %) telle que $\varepsilon = 100h$.

Données et hypothèses de travail

- La vapeur d'eau ainsi que les gaz considérés dans cet exercice, se comportent comme des gaz parfaits de constante $R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$.
- Masses molaires : $\overline{M_a} = 28{,}9\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, $M_{N_2} = 28\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $M_{O_2} = 32\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $M_{H_2O} = 18\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.
- Capacité thermique massique, à pression constante, de l'eau à l'état de vapeur : $c_p = 1{,}50 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$ (constant en fonction de T).
- Fraction molaire x_i d'un composant i : rapport de la quantité de matière du composant i n_i et de la quantité de matière totale du mélange n_{tot} : $x_i = \dfrac{n_i}{n_{\text{tot}}}$.
- Pression de vapeur saturante $P_e^*(T)$ de l'eau à différentes températures :

T (K)	277	278	279	280	281	282	283	284	285
$P_e^*(T)$ (Pa)	813	872	935	1000	1070	1150	1230	1310	1400

T (K)	286	287	288	289	290	291	292	293	294
$P_e^*(T)$ (Pa)	1500	1600	1700	1820	1940	2060	2200	2340	2490

- Enthalpie massique $\Delta_{\text{vap}}h(T)$ de vaporiation de l'eau à différentes températures :

T (K)	278	283	293
$\Delta_{\text{vap}}h(T)$ $\mathrm{J \cdot kg^{-1}}$	$2{,}49 \cdot 10^6$	$2{,}47 \cdot 10^6$	$2{,}45 \cdot 10^6$

A Généralités

A.1 Déterminer la composition de l'air sec (sans vapeur d'eau) en calculant, numériquement, la fraction molaire x_{O_2} en dioxygène O_2.

A.2 Rappeler la relation qui existe, dans l'air humide, entre la pression totale P_{tot} et les pressions partielles p_e et p_a.

A.3 Tracer l'allure du diagramme pression-température de l'eau. Indiquer sur ce diagramme les domaines associés aux phases en présence et définir soigneusement les deux points caractéristiques qui interviennent dans ce diagramme.

A.4 O appelle diagramme de Clapeyron le diagramme $(, v)$ où v représente le volume massique de l'eau. Tracer son allure dans le cas de l'eau. Donner le nom des deux parties de la courbe de saturation puis représenter une isotherme en justifiant dans les différents domaines l'allure de l'isotherme.

A.5 Décrire qualitativement le phénomène observé lorsque de la vapeur d'eau pure est ajoutée, à T et V constants, à un air saturé en humidité.

B Apparition de buée sur les vitres

Une salle de classe de volume constant $V_o = 200\,\mathrm{m}^3$, est remplie d'air humide. Il est admis que, dans ce local, la masse totale d'eau $m_{\mathrm{e,tot}}$ (eau vapeur et éventuellement liquide s'il s'y produit une liquéfaction) reste invariable. La température est maintenue uniforme et constante ($T_o = 293\,\mathrm{K}$) à l'intérieur de toute la salle, sauf aux environs immédiats des surfaces vitrées intérieures des fenêtres où elle est égale à T_v. L'espace, où règne une température intermédiaire entre les valeurs T_o et T_v, est de volume négligeable.

Les pressions partielles p_e et p_a sont uniformes et constantes dans tout le local, y compris au niveau des fenêtres. La pression totale, constante, vaut $P_{tot} = 1{,}01 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$.

La température T_v diminue par refroidissement de l'atmosphère extérieure : de la buée (microgoutelette, résultat de la liquéfaction de la vapeur d'eau sur une surface froide) commence à apparaître sur les vitres, à l'intérieur de la pièce, lorsque la température T_v atteint la valeur $T_{v,1} = 283\,\mathrm{K}$.

L'étude est envisagée à l'instant où la buée commence à apparaître sur les vitres : état **(1)**. On considère alors que la masse d'eau liquide dans la salle (donc le long des vitres) est encore négligeable : $m_{\mathrm{e,liq}} \ll m_{\mathrm{e,tot}}$.

B.1 Donner la valeur numérique de la pression partielle de l'eau $p_{e,1}$ dans l'air humide (AH) à l'état **(1)**.

B.2 On souhaite caractériser l'état **1** en adaptant le diagramme de Clapeyron de l'eau (corps pur) au cas présent :

- **B.2.1** Tracer le diagramme p_e en fonction de v. On tracera l'allure de l'isotherme $T_o = 293\,\mathrm{K}$ et on repèrera $P^*(T_o)$.
- **B.2.2** Tracer l'allure de l'isotherme $T_{v,1}$ sur le diagramme précédent.
- **B.2.3** Repérer sur le diagramme le point B représentatif du corps pur eau, constituant de l'air humide dans la salle de classe.
- **B.2.4** Repérer le point C représentatif du corps pur eau sur la surface des vitres.

B.3 Calculer toujours pour l'état **1**, les paramètres de l'atmosphère **AH** suivants :

- **B.3.1** l'humidité relative ε_1 ;
- **B.3.2** la fraction molaire $x_{e,1}$ de l'eau dans l'air humide ;
- **B.3.3** la masse volumique $\rho_{\mathrm{AH},1}$.

B.4 Calculer la masse $m_{e,tot}$.

C Évolution du système

À partir de l'état **(1)** précédent, un second refroidissement de l'atmosphère extérieure au local entraîne une diminution de la température des surfaces intérieures vitrées : T_v atteint la nouvelle valeur $T_{v,2} = 278\,\mathrm{K}$. Il est admis que, dans la pièce, la pression P_{tot} et la température T_o demeurent inchangées.

C.1 Comment va évoluer la composition du système **AH**, après l'apparition des premières traces de buée ?

C.2 Quelle est, après un temps infini qui correspond à l'état **(2)**, la pression partielle finale $p_{e,2}$ de vapeur d'eau dans la salle de classe.

C.3 Entre les états **(1)** et **(2)**, calculer :

- **C.3.1** la masse m d'eau qui se liquéfie ;
- **C.3.2** la variation d'enthalpie ΔH_{1-2} de cette masse m.

Problème 3 : mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

On considère une particule chargée assimilée à un point matériel M de masse m de charge $q = -e$. A un instant pris pour origine des temps, la particule pénètre dans la zone d'action d'un champ magnétique $\vec{B} = B.\vec{u}_z$ uniforme et constant ($B > 0$) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$. On étudie le mouvement de la particule dans le référentiel terrestre supposée galiléen et nous supposerons que M est soumis uniquement à la force de Lorentz magnétique.

1) Montrer que le mouvement de M est uniforme.

2) On suppose que $\vec{v}_0 = v_0.\vec{u}_x$, la trajectoire de M est circulaire. Représenter l'allure de la trajectoire de M dans le plan (O, X, Y).

3) Etablir l'expression du rayon de courbure de la trajectoire.

4) Proposer un programme Python qui permette de représenter l'allure de la trajectoire de M dans le plan (O, X, Y).

5) On suppose désormais que $\vec{v}_0 = v_0.\cos\alpha\,.\vec{u}_x + v_0.\sin\alpha\,.\vec{u}_z$. Justifier que la trajectoire de M est hélicoïdale uniforme.

6) Représenter l'allure de la trajectoire de M dans le référentiel d'étude.

7) Proposer un programme Python qui permette de représenter l'allure de la trajectoire de M dans le référentiel R.