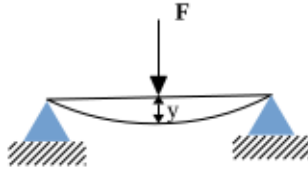


Flexion d'un spaghetti

Un spaghetti de diamètre d et de longueur L , reposant sur ses extrémités, fléchit sous l'action d'une force F perpendiculaire appliquée en son milieu, comme indiqué sur le schéma ci-dessous. On note g le champ de pesanteur terrestre et on prend $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.



D'après un modèle théorique, la valeur maximale du déplacement du milieu du spaghetti, y , appelée « flèche », varie selon la loi de puissance suivante :

$$y = K F^\alpha L^\beta d^\delta E^\gamma$$

où α , β , δ et γ sont des entiers relatifs ; E représente une propriété intrinsèque du matériau exprimée en pascal ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ N m}^{-2}$) et K est une constante adimensionnée.

On précise la constante $K = \frac{4}{3\pi}$, le diamètre du spaghetti $d = 1,90 \text{ mm}$ et le champ de pesanteur $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

- En vous appuyant sur une analyse dimensionnelle, déterminer deux relations entre les exposants α , β , δ et γ . Peut-on résoudre ce système ?
- Pour compléter l'analyse dimensionnelle, une expérience est réalisée en laboratoire : on suspend une masse m au milieu du spaghetti et on mesure la flèche y . Les résultats expérimentaux sont résumés dans les tableaux ci-dessous :

Pour un spaghetti de longueur $L = 20 \text{ cm}$:

masse m	0 g	2,0 g	12,0 g	22,0 g	31,9 g
flèche y	0 cm	0,30 cm	1,40 cm	2,60 cm	4,45 cm

Pour un spaghetti de longueur $L = 15 \text{ cm}$:

masse m	0 g	2,0 g	12,0 g	22,0 g	31,9 g	52,0 g
flèche y	0 cm	0,15 cm	0,60 cm	1,10 cm	1,75 cm	3,05 cm

- Quelle est la relation entre la masse m et la force F appliquée ?
- On donne ci-dessous des représentations graphiques de y en fonction de F^α pour différentes valeurs de α et pour chacun des spaghetti. Choisir la valeur la plus adaptée de α parmi celles suggérées. Justifier.

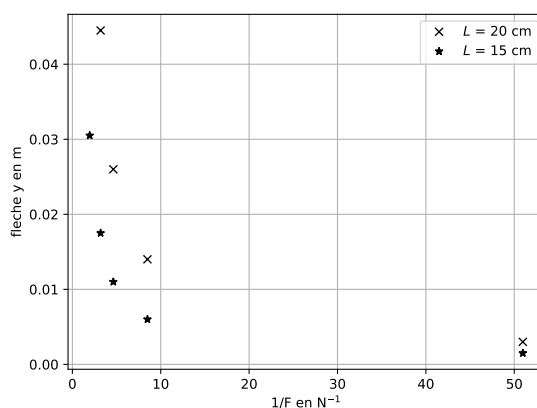


Figure 1 : Évolution de y en fonction de $\frac{1}{F}$

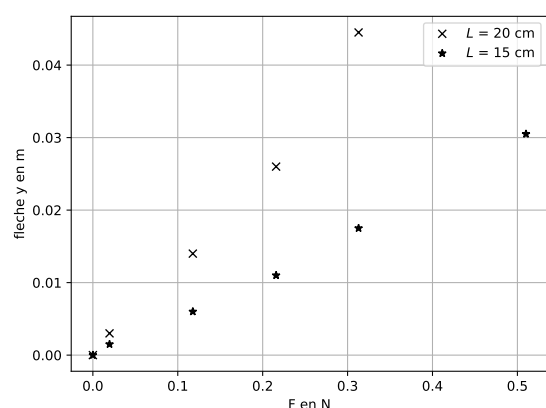


Figure 2 : Évolution de y en fonction de F

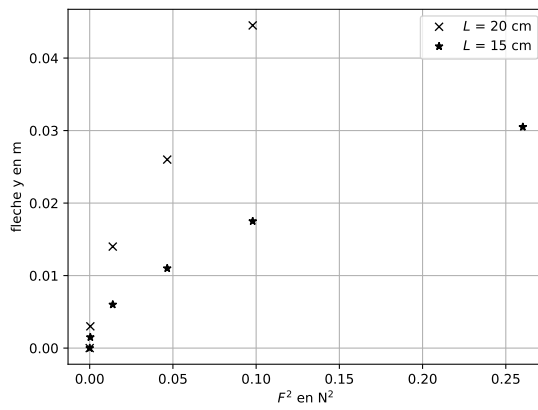


Figure 3 : Évolution de y en fonction de F^2

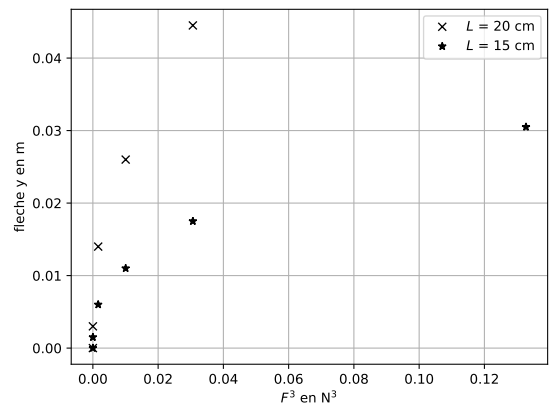


Figure 4 : Évolution de y en fonction de F^3

2.c. Déterminer la pente de la droite passant au plus près du nuage de points dans le cas choisi et pour chacun des spaghetti. En déduire la valeur de β .

On précise que si $A = B^n$ alors $n = \frac{\ln(A)}{\ln(B)}$.

2.d. En déduire les valeurs de γ et de δ .

2.e. Donner l'expression finale de y .

2.f. Déterminer la valeur numérique moyenne de E obtenue à l'aide de ces deux expériences en GPa.