Chap II : Principe fondamental de la dynamique

Introduction : Dans ce chapitre, nous allons étudier la trajectoire d'un point matériel M de masse m soumis à l'action de forces extérieures $\sum \vec{F}_{ext}$ dans un référentiel R galiléen.
Nous commencerons ce chapitre par la définition de la quantité de mouvement d'un point matériel M. Ensuite, nous présenterons les principales forces que nous rencontrerons cette année avant de rappeler les lois de Newton (vues au lycée). Dans le cadre de ce cours, nous rappellerons la définition d'un référentiel galiléen.
Nous illustrerons ce chapitre avec quelques exemples : le mouvement balistique (sans puis avec frottements), le pendule simple puis la « chute de la Terre ».

I : Quantité de mouvement

1) Notion de point matériel
Un point matériel est un objet physique, de masse m. On associe à cet objet un point M que l'on place au barycentre (ou centre de gravité) des masses. Le point matériel noté $M(m)$ est repéré dans un référentiel R par un triplet de coordonnées.
Exemples : un électron, un atome, une voiture....ou une planète.

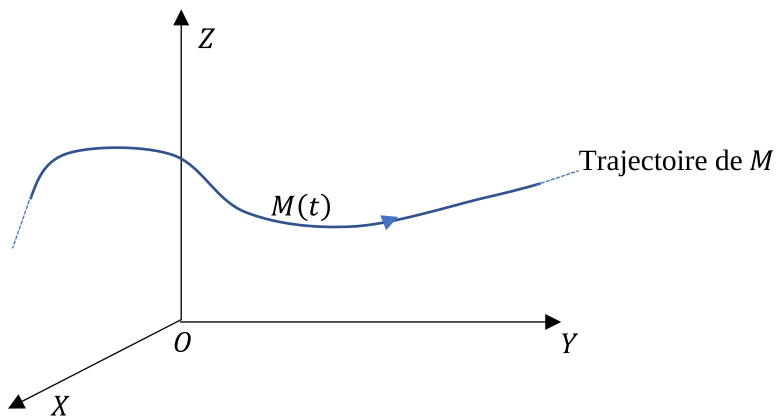
2) Notion de masse inerte et de masse gravitationnelle
La masse inerte (notée m_i) traduit la répugnance d'un corps au mouvement. Ceci implique que, plus la masse inerte d'un corps est grande, plus il est difficile de le mettre en mouvement. La masse gravitationnelle (ou masse grave) notée m_g traduit le pouvoir attractif du corps. Plus la masse gravitationnelle d'un corps est élevée plus ce corps aura tendance à attirer les autres corps.

Dans la suite du cours, nous supposerons que la masse inerte d'un corps est égale à sa masse gravitationnelle :

$$m_i = m_g = m$$

Nous reviendrons sur cette notion dans la suite du cours.

3) Quantité de mouvement d'un point matériel
Soit M un point matériel de masse (sous entendue inerte) m animé d'une vitesse $\vec{v}(M)_R$ dans le référentiel R.



La quantité de mouvement de M dans R notée $\vec{p}(M)_R$ est donnée par :

$$\vec{p}(M)_R = m.\vec{v}(M)_R$$

II : Forces et interactions

1) Définition

Deux systèmes sont en interaction si une modification dans l'un entraine des modifications dans l'autre. Exemple : si on « multipliait » la masse de la Terre par 2, ceci modifierait la trajectoire de la Lune… donc on peut dire que la Terre et la Lune sont en interaction.

On distingue 4 interactions fondamentales :

Interaction	Particules concernées	Portée	Principale manifestation
Forte	quarks et dérivés	$\simeq 10^{-15}$ m	cohésion des noyaux
Faible	constituants des noyaux	$\simeq 10^{-18}$ m	radioactivité β
Electromagnétique	particules chargées	infinie	existence des atomes réactions chimiques
Gravitationnelle	particules massiques	infinie	existence et trajectoires des astres, des planètes

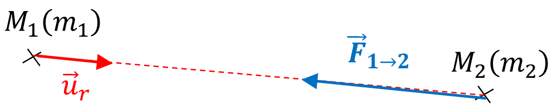
En mécanique classique, les interactions sont décrites par des forces. Ceci est l'héritage des Principia de Newton. En mécanique quantique, les interactions sont décrites par des « particules d'interaction » (ou quantums). Exemples : les photons pour l'interaction électromagnétique, les gluons pour l'interaction nucléaire forte…

Dans le cadre des programmes, seules les interactions électromagnétique et gravitationnelle seront étudiées dans le cadre de la mécanique classique, et décrites respectivement par la force de Lorentz et la force gravitationnelle.

2) Exemples de forces

La force gravitationnelle :

Soit deux masses ponctuelles $M_1(m_1)$ et $M_2(m_2)$ en interaction gravitationnelle. La force $\vec{F}_{1\to 2}$ exercée par M_1 sur M_2 est donnée par la loi d'attraction universelle (ou 4ème loi de Newton) :



$$\vec{F}_{1\to 2} = -\frac{G.m_1.m_2}{r^2}\vec{u}_r \text{ avec } \vec{u}_r = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2}$$

La force gravitationnelle est attractive.

avec $r = M_1M_2$: distance entre les points matériels et $G = 6{,}67.10^{-11}\, m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ constante d'attraction universelle.

Le poids :

Considérons un point matériel M de masse m plongé dans la zone d'action d'un champ de pesanteur $\vec{g}(M)$ (exemple : le champ de pesanteur terrestre). Le poids de M est défini par :

$$\vec{p} = m.\vec{g}$$

Ordre de grandeur : au voisinage de la surface terrestre, sous nos latitudes : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$. Dans l'hypothèse que le référentiel terrestre puisse être considéré galiléen, le champ de pesanteur s'identifie au champ gravitationnel exercé par la Terre. Rq. : C'est le champ de pesanteur qui définit la verticale locale d'un lieu.

La poussée d'Archimède :

Théorème d'Archimède : Tout corps immergé dans un (ou plusieurs) fluide(s) subit une force pressante résultante (notée $\vec{\pi}$) opposée au poids du fluide déplacé.

Soit m_f la masse de fluide déplacé, la poussée d'Archimède est :

$$\boxed{\vec{\pi} = -m_f.\vec{g}}$$

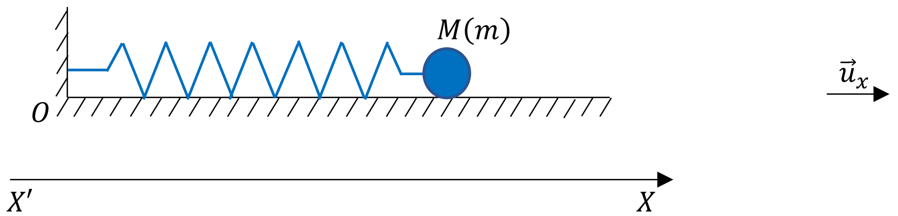
Notion de poids apparent :

Soit M un point matériel de masse m immergé dans un fluide. Si on note $\vec{p} = m.\vec{g}$ le poids de M, le poids apparent de M, noté $\vec{p}_{app}$ est la somme du poids et de la poussée d'Archimède :

$$\vec{p}_{app} = \vec{p} + \vec{\pi} = m_{app}.\vec{g}$$
$$\text{avec } m_{app} = m - m_f$$

Force de rappel :

Considérons un point matériel M de masse m soumis à l'action d'un ressort de masse négligeable, de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k.



La force de rappel exercée par le ressort sur M est donnée par la loi de Hooke :

$$\boxed{\begin{array}{c}\vec{T} = -k.(l(t) - l_0).\vec{u}_x = -k.x(t).\vec{u}_x \\ \text{avec } x(t) = l(t) - l_0 : \text{allongement du ressort}\end{array}}$$

Force de frottement fluide :

Considérons un point matériel M en mouvement dans un fluide (liquide ou gaz). Le fluide s'oppose au déplacement de ce point. La force exercée par le fluide sur M dépend de sa vitesse relative…

- **A faible vitesse** (nombre de Reynolds $R_e = \frac{\mu.r.v}{\eta} < 1$), la force exercée par le fluide sur M est donnée par :

  $$\boxed{\vec{F} = -\alpha.\vec{v}(M)_R}$$

  où α est une constante positive, appelée coefficient de frottement fluide.

- **A grande vitesse** (nombre de Reynolds $R_e = \frac{\mu.r.v}{\eta} > 1000$), la force de frottement peut-être modélisée par une force proportionnelle à v^2 :

$$\vec{F} = -\beta.v^2.\vec{t} \text{ avec } \vec{t} \text{ vecteur tangent à la trajectoire}$$

où β est également une constante positive.

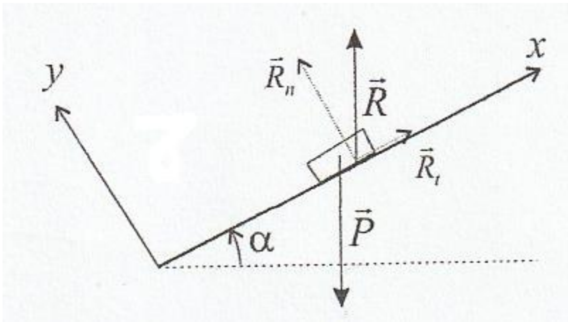
Les forces de frottement fluide (à faible et à grande vitesses) sont des lois phénoménologiques, c.à.d. qu'elles sont basées sur l'expérience. C'est l'expérience qui permet de valider ou non le modèle proposé.

La force de frottement solide : lois de Coulomb

Considérons un point matériel M de masse m en contact avec une surface solide. On note $\vec{R}$ la réaction de cette surface sur M. On peut exprimer la réaction $\vec{R}$ en fonction de ses composantes normale et tangentielle :

$$\boxed{\vec{R} = \overrightarrow{R_n} + \overrightarrow{R_t}}$$

avec $\overrightarrow{R_n}$ réaction normale au support, et $\overrightarrow{R_t}$ réaction tangentielle.



$\overrightarrow{R_t}$ est **la force de frottement solide** exercé par le support sur M.

Posons $R_n = \|\overrightarrow{R_n}\|$ et $R_t = \|\overrightarrow{R_t}\|$. On note f_s et f_d les coefficients de frottement statique et dynamique. L'expérience montre que $f_s > f_d$. Le coefficient de frottement solide dépend des surfaces en contact, de la nature des matériaux, de l'utilisation de lubrifiant (ou non…), de leur régularité (reliefs, aspérités…).

Lois de Coulomb du frottement solide :

- En mode statique (absence de glissement donc adhérence), la norme de la composante tangentielle R_t est inférieure ou égale à la quantité $f_s.R_n$:

$$R_t \leq f_s.R_n$$

- En mode dynamique (présence de glissement) la norme de la composante tangentielle est égale à :

$$R_t = f_d.R_n$$

La force de frottement solide s'oppose au mouvement de M.