Synthèse chapitre 1 : Cinématique du point

Extrait du B.O. PCSI-2021 :

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point	
Repérage dans l'espace et dans le temps Espace et temps classiques. Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Caractère absolu des distances et des intervalles de temps.	Citer une situation où la description classique de l'espace ou du temps est prise en défaut.
Cinématique du point Description du mouvement d'un point. Vecteurs position, vitesse et accélération. Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire géométriquement les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques. Etablir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans les seuls cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques. Identifier les degrés de liberté d'un mouvement. Choisir un système de coordonnées adapté au problème.
Mouvement à vecteur accélération constant.	Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur position en fonction du temps. Etablir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement circulaire uniforme et non uniforme	Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires planes.
Repérage d'un point dont la trajectoire est connue. Vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour une trajectoire plane.	Situer qualitativement la direction du vecteur vitesse et du vecteur accélération pour une trajectoire plane. Exploiter les liens entre les composantes du vecteur accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur vitesse et sa variation temporelle. **Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.**

Formulaire :

Expression du **vecteur position** :

- en coordonnées cartésiennes : $\overrightarrow{OM} = x.\vec{\imath} + y.\vec{\jmath} + z.\vec{k}$
- en cordonnées cylindriques : $\overrightarrow{OM} = r.\vec{u}_r + z.\vec{k}$
- en coordonnées sphériques : $\overrightarrow{OM} = r.\vec{u}_r$

Expression du **vecteur déplacement élémentaire** :

- en coordonnées cartésiennes : $d\overrightarrow{OM} = d\vec{l} = dx.\vec{\imath} + dy.\vec{\jmath} + dz.\vec{k}$
- en cordonnées cylindriques : $d\overrightarrow{OM} = d\vec{l} = dr.\vec{u}_r + r.d\theta.\vec{u}_\theta + dz.\vec{k}$
- en coordonnées sphériques : $d\overrightarrow{OM} = d\vec{l} = dr.\vec{u}_r + r.d\theta.\vec{u}_\theta + r.\sin\theta.d\varphi.\vec{u}_\varphi$

Expression du **vecteur vitesse** :

- en coordonnées cartésiennes : $\vec{v}(M)_R = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R = \dot{x}.\vec{\imath} + \dot{y}.\vec{\jmath} + \dot{z}.\vec{k}$
- en cordonnées cylindriques : $\vec{v}(M)_R = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R = \dot{r}.\vec{u}_r + r.\dot{\theta}.\vec{u}_\theta + \dot{z}.\vec{k}$

Rq.: On vérifie que : $\vec{v}(M)_R = \frac{d\vec{l}}{dt}$

Expression du **vecteur accélération** :

- en coordonnées cartésiennes : $\vec{a}(M)_R = \left(\frac{d\vec{v}(M)_R}{dt}\right)_R = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_R = \ddot{x}.\vec{\imath} + \ddot{y}.\vec{\jmath} + \ddot{z}.\vec{k}$
- en cordonnées cylindriques : $\vec{a}(M)_R = \left(\frac{d\vec{v}(M)_R}{dt}\right)_R = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_R = a_r.\vec{u}_r + a_\theta.\vec{u}_\theta + \ddot{z}.\vec{k}$

  avec :

$$\begin{cases} a_r = \ddot{r} - r.\dot{\theta}^2 : \text{ accélération radiale} \\ a_\theta = 2.\dot{r}.\dot{\theta} + r.\ddot{\theta} : \text{accélération ortho} - \text{radiale} \end{cases}$$

Définition : Dans un référentiel R, on dit qu'un mouvement est **uniforme** si la norme du vecteur vitesse est constante au cours du temps :

$$v = \|\vec{v}(M)_R\| = \text{cte}$$

Mouvement **circulaire uniforme** :

$$\vec{a}(M)_R = -R.\omega^2.\vec{u}_r = -\frac{v^2}{R}\vec{u}_r$$

avec $r = R, \dot{\theta} = \omega = cte$

Vitesse et accélération dans **la base de Frenet** :

$$\vec{v}(M)_R = v.\vec{t} \quad \text{et} \qquad \vec{a}(M)_R = a_n.\vec{n} + a_t.\vec{t} \ \text{ avec :}$$

$$\begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{R_C} \ : \text{accélération normale (et } R_C \text{ rayon de courbure)} \\ a_t = \dfrac{dv}{dt} : \text{accélération tangentielle} \end{cases}$$