B.1 : Etude d’un flash d’appareil photo

I.1 : En appliquant la loi des mailles, nous établissons l’équation différentielle vérifiée par $U(t)$:
$E = R.i(t) + U(t) = RC.\frac{dU(t)}{dt} + U(t)$ avec $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{dU(t)}{dt}$

$$\frac{dU(t)}{dt} + \frac{U(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

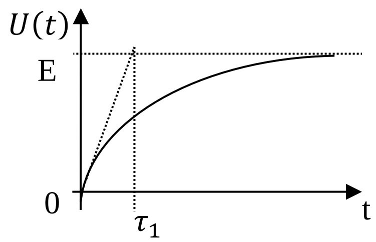
I.2 : On vérifie dans l’équation différentielle établie que la relation est homogène si $[RC] = T$: ainsi $\tau_1 = RC$ est homogène à un temps. La solution de cette équation différentielle du premier ordre, avec second membre est du type : $U(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau_1}} + E$.

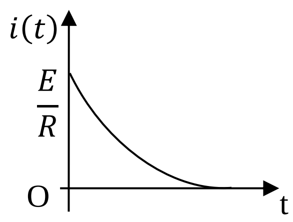
Sachant que la tension aux bornes du condensateur ne subit pas de discontinuité : $U(0^-) = U(O^+) = 0$; $A + E = 0$ donc $A = -E$:

$$U(t) = E.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$$

I.3 : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{dU(t)}{dt} = \frac{C.E}{\tau_1}e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau_1}}$

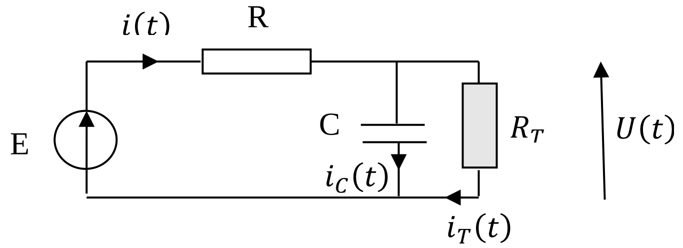
I.4 : Allures de $U(t)$ et de $i(t)$:





La tangente à $U(t)$ en $t = 0$ coupe E à $t = \tau_1$ ce qui permet de déterminer la valeur du temps caractéristique τ_1. On peut également déterminer τ_1 en utilisant le fait que $U(\tau_1) = 0{,}63.E$.
Soit $U(t_0) = 0{,}99.E = E.\left(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau_1}}\right)$; de la même manière que dans la question 4) de l’exercice 3, on établit que : $t_0 = \tau_1.ln(100) = 4{,}6.\tau_1$

II.1 :



Nous savons qu’il n’y a pas de discontinuité de la tension aux bornes du condensateur donc $U(0^+) = U(0^-) = E$. Avec $U(0^+) = R_T.i_T(0^+) = E$; $i_T(0^+) = \frac{E}{R_T}$ Pour $t \to \infty$, $i_C(\infty) = C\frac{dU(t)}{dt} = 0$: le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert et $i(\infty) = i_T(\infty) = \frac{E}{R+R_T}$

II.2 : Appliquons la loi des mailles : $E = R.i(t) + R_T.i_T(t)$. Grâce à la loi des noeuds, nous pouvons exprimer $i(t)$ en fonction de $i_C(t)$ et de $i_R(t)$: $E = R.i_C(t) + (R + R_T).i_T(t)$.

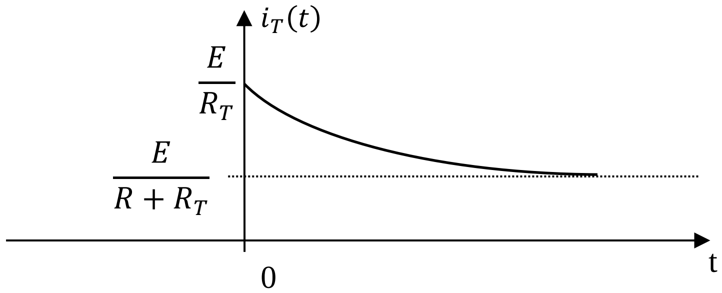
Avec $i_C(t) = C\frac{dU(t)}{dt} = R_T.C\frac{di_T(t)}{dt}$; en divisant par $R.R_T.C$, nous établissons l'équation différentielle :

$\frac{di_T(t)}{dt} + \frac{i_T(t)}{\tau_2} = \frac{E}{R.R_T.C}$ avec $\tau_2 = \frac{R.R_T.C}{R+R_T}$

II.3 : La solution de cette équation différentielle est du type : $i_T(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{E}{R+R_T}$ Sachant que $i_T(0) = \frac{E}{R_T} = A + \frac{E}{R+R_T}$; $A = \frac{R.E}{R_T.(R+R_T)}$

Soit l'expression de $i_T(t)$: $i_T(t) = \frac{E}{R+R_T}\left(1 + \frac{R}{R_T}e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)$

II.4 : Allure de $i_T(t)$:



A la fermeture de l'interrupteur K', il apparaît une discontinuité du courant dans le tube à gaz au voisinage de $t = 0$ d'autant plus grande que R est grand devant R_T. Cette brusque variation d'intensité provoque le flash (ou l'éclair) de l'appareil photo

II.5 : Energie emmagasinée dans le condensateur $E_{cond} = \frac{1}{2}C.E^2$

II.6 : $E_{cond} = 0{,}4$ J

II.7 : A.N. : $C = 8{,}89\ \mu F$

B.2 : Condensateur de découplage

1) Le condensateur est branché depuis longtemps. On peut donc faire l'hypothèse que le condensateur est chargé : $u(0) = E_1$.

2) Pour déterminer l'expression de $u(t)$ pour $0 \leq t \leq t_0$ appliquons la loi des mailles au circuit :

$$E_2 = R.i(t) + u(t)$$

Avec $i(t) = C.\frac{du(t)}{dt}$ on établit l'équation différentielle :

$$\frac{du(t)}{dt} + \frac{u(t)}{\tau} = \frac{E_2}{\tau}$$

Avec $\tau = R.C$.

La solution de cette équation différentielle est du type : $u(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + E_2$. Sachant que $u(0) = E_1$: $A = E_1 - E_2$ et :

$$u(t) = (E_1 - E_2).e^{-\frac{t}{\tau}} + E_2$$

On sait que $t_0 \ll \tau = R.C$ donc pour $0 \leq t \leq t_0$: $\frac{t}{\tau} \ll 1$. On peut donc faire le développement limité : $e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{t}{\tau}$. Ainsi :

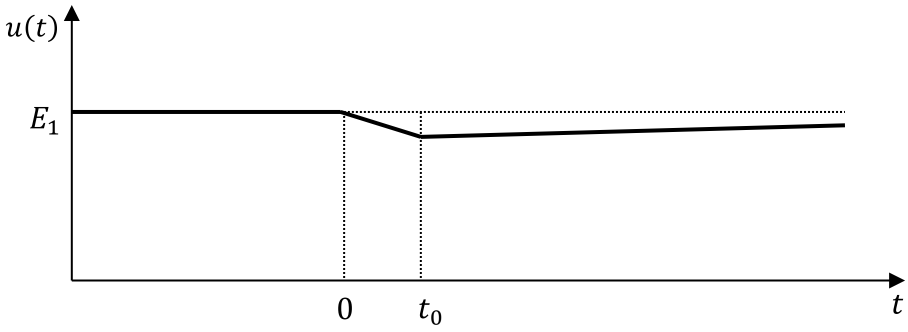
$$u(t) = E_1 - (E_1 - E_2).\frac{t}{\tau}$$

3) Entre $t = 0$ et $t = t_0$: $\Delta u = u(t_0) - u(0) = -(E_1 - E_2).\frac{t_0}{\tau}$ soit $|\Delta u| = (E_1 - E_2).\frac{t_0}{\tau}$

$$\frac{|\Delta u|}{\Delta e} = \frac{t_0}{\tau} = \frac{t_0}{R.C} \ll 1$$

4) Pour $t > t_0$ le condensateur subit un régime transitoire jusqu'à ce que la tension à ses bornes soit égale à E_1 après une durée de l'ordre de quelques $\tau = R.C$. Si on fait l'hypothèse que la durée nécessaire pour chargé le condensateur est $t_1 = 5.\tau$ alors $t_1 \gg t_0$.

5) Allure de $u(t)$:



6) A.N ; : avec $R = 100\ \Omega$, $C = 1{,}00\ mF$, $\frac{\Delta e}{E_1} = 0{,}100$ et $t_0 = 1{,}00\ ms$, $\frac{|\Delta u|}{E_1} = \frac{t_0}{R.C}\frac{\Delta e}{E_1}$:

$$\frac{|\Delta u|}{E_1} = 0{,}001$$

On vérifie que le condensateur de découplage atténue les variations de tension qui peuvent apparaître aux bornes des générateurs.