

CLASSE DE PCSI 1 D.L N°11 DE PHYSIQUE
Exercices B.3 et B.7 du TD n°4 de thermo :
B.3 : Pompe à chaleur à cycle de Joule inversé

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant. L'air pris dans l'état A de température T_0 et de pression P_0 est comprimé suivant une isentropique jusqu'au point B où il atteint la pression P_1 . Le gaz est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale de la source chaude T_1 correspondant à l'état C. Le gaz est encore refroidi dans une turbine suivant une détente isentropique pour atteindre l'état D de pression P_0 . Le gaz se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial. On considère que l'air est un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1,40$. On pose $\beta = 1 - \frac{1}{\gamma}$ et $a = \frac{P_1}{P_0}$. On prendra $T_0 = 283 \text{ K}$, $T_1 = 298 \text{ K}$, $a = 5,00$ et $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

- 1) Représenter le cycle parcouru par le gaz dans le diagramme de Clapeyron donnant la pression en fonction du volume.
- 2) Rappeler les conditions nécessaires pour assurer la validité des formules de Laplace. Donner la formule de Laplace relative à la pression et à la température.
- 3) En déduire l'expression des températures T_B et T_D des états B et D en fonction de T_0 , T_1 , a et β . Préciser leur valeur numérique.
- 4) Définir l'efficacité e de la pompe en fonction des transferts thermiques du cycle.
- 5) En déduire l'expression de e en fonction de a et β . Donner sa valeur numérique.
- 6) Quelles doivent être les transformations du gaz si on fait fonctionner la pompe à chaleur suivant un cycle de Carnot réversible entre les températures T_0 et T_1 ?
- 7) Etablir l'expression de son efficacité e_C . Donner sa valeur numérique.
- 8) Comparer e et e_C . Proposer une explication à ce résultat.
- 9) On fait l'hypothèse que les transferts thermiques sur les 2 isobares s'effectuent au contact de 2 thermostats de températures T_0 et T_1 . Déterminer l'expression de l'entropie créée S_C pour une mole d'air au cours du cycle de Joule en fonction de R , β et $x = a^\beta \left(\frac{T_0}{T_1}\right)$.
- 10) Etudier le signe de S_C en fonction de x . Était-ce prévisible ?
- 11) Calculer sa valeur ici.
- 12) Sachant qu'en régime permanent, les fuites thermiques s'élèvent à $P_0 = 20,0 \text{ kW}$, calculer la puissance du couple compresseur-turbine qui permet de maintenir la température de la maison constante.

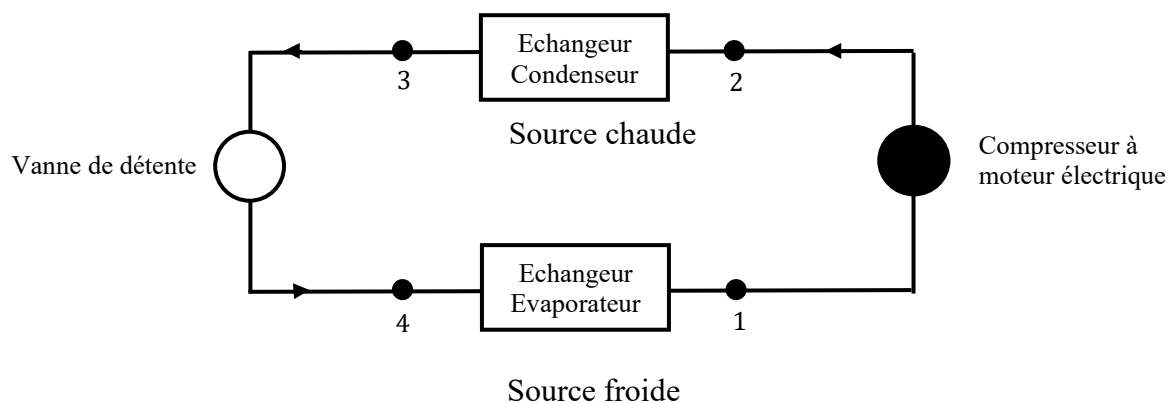
B.7 : Modélisation d'une machine frigorifique**Présentation générale**

Un des enjeux majeurs de la grande distribution, de l'industrie et du tertiaire dans les années à venir sera de diviser sa consommation d'énergie de moitié. La production frigorifique d'un magasin représente entre 40 et 60 % de la consommation électrique (selon la superficie). La production de froid doit être efficace malgré toutes les perturbations d'ouverture et de fermeture des portes des congélateurs.

Aujourd'hui, de nouveaux types de machines permettent d'adapter la puissance du compresseur aux besoins de l'installation frigorifique en effectuant un réglage en continu de la vitesse du compresseur. Ce type d'installation permet de gagner jusqu'à 25 % de consommation d'énergie. Ce sujet a pour objectif de comprendre un modèle simple du cycle frigorifique et de pointer les paramètres affectant l'efficacité thermodynamique de la machine. Le contrôle en vitesse du compresseur permet de commander la puissance thermique soutirée à la source froide (nommée "puissance frigorifique").

Modélisation du cycle frigorifique

La machine frigorifique est constituée de quatre organes, représentés ci-dessous :



Le fluide frigorigène circulant entre les différents organes est le 1,1,1,2-Tétrafluoroéthane, noté "R134a" par la suite. Le document fourni en annexe représente en coordonnées $(h, \ln P)$ les transformations subies par ce fluide au cours d'un cycle (avec h enthalpie massique du fluide)

- 1 → 2 : compression isentropique du fluide par le compresseur
- 2 → 3 : échange thermique isobare à haute pression P_{hp} dans le condenseur
- 3 → 4 : détente adiabatique dans le détendeur
- 4 → 1 : échange thermique isobare à basse pression P_{bp} dans l'évaporateur

En plus du cycle, d'autres courbes apparaissent sur le diagramme :

- la courbe de saturation liquide-vapeur (courbe noire en forme de cloche)
- un réseau d'isothermes (courbes en trait plein, tracées à $T = C^{te}$) où les températures sont exprimées en degrés Celsius.
- un réseau d'isentropiques (courbes en pointillés, tracées à entropie massique $s = C^{te}$)
- un réseau d'iso-titres en vapeur à l'intérieur de la courbe de saturation (courbes en pointillés tracées à l'intérieur de la courbe de saturation, à titre en vapeur $x = C^{te}$)

A l'intérieur de la courbe de saturation, le fluide est diphasé liquide-vapeur. A gauche de la courbe de saturation, le fluide est liquide. A droite, le fluide est gazeux.

Seul le début des courbes isothermes est représenté dans les diagrammes situés à gauche et à l'intérieur de la courbe de saturation. Cela permet d'alléger le diagramme, les isothermes étant horizontales à l'intérieur de la courbe de saturation et verticales à sa gauche.

Données concernant le fluide R134a :

- Masse volumique aux différents points du cycle (en $kg.m^{-3}$) :
 $\mu_1 = 4,2$ $\mu_2 = 45,5$ $\mu_3 = 1,3.10^3$ $\mu_4 = 12,5$
- Ordre de grandeur des capacités thermiques massiques :
 $c_V \sim c_P \sim c \sim 1 kJ.kg^{-1}.K^{-1}$
 (ordres de grandeur valables pour la phase liquide et pour la phase vapeur).

On rappelle l'expression du premier principe de la thermodynamique en écoulement stationnaire appliqué à un système ouvert :

$$\Delta \left(h + \frac{1}{2} v^2 + g.z \right) = w_u + q$$

avec :

- $\Delta h = h_{sortie} - h_{entrée}$: variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie
- $\Delta \left(\frac{1}{2} v^2 \right)$: variation d'énergie cinétique massique du fluide entre l'entrée et la sortie
- $\Delta (g.z)$: variation d'énergie potentielle massique de pesanteur entre l'entrée et la sortie
- w_u travail massique utile, apporté au fluide par toute pièce mobile en contact avec lui
- q transfert thermique massique reçu par le fluide

Notations : les grandeurs associées à l'état 1 du cycle sont indicées "1". Les quantités échangées entre le fluide et l'extérieur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2$ sont indicées par "12".

I : Questions préalables sur le principe de fonctionnement d'une machine frigorifique

Le principe d'une machine frigorifique ditherme est le suivant : " un fluide frigorigène circule entre les différents organes de la machine. Mis en mouvement par le compresseur, ce fluide effectue des échanges énergétiques avec les deux sources."

I.1 : Rappeler le schéma de fonctionnement d'une machine frigorifique ditherme. Donner et justifier les signes des quantités suivantes : w_{12} ; q_{23} et q_{41} .

I.2: Si l'on considère le réfrigérateur que l'on possède à la maison, où se situe la source froide ? Et la source chaude ?

II: Questions préalables sur l'expression utile du premier principe

II.1: On note D_m le débit massique défini par : $D_m = \frac{\delta m}{dt}$ avec δm masse traversant une section S de canalisation pendant un intervalle de temps dt . En supposant le champ de pression et le champ de vitesse uniformes sur cette section, exprimer le débit massique à un endroit quelconque de la canalisation, en fonction de sa masse volumique μ , de la section S et de la vitesse du fluide v à cet endroit.

II.2: D'après les données, on remarque que la masse volumique du fluide est minimale avant compression (état 1). En admettant que la section des canalisations est approximativement uniforme au cours du cycle, en déduire qu'en régime permanent la vitesse du fluide est maximale avant compression (état 1).

II.3: La vitesse maximale au cours du cycle est de l'ordre de $1 m.s^{-1}$. En prenant comme référence la variation d'enthalpie massique au cours de la compression, en déduire que les

variations d'énergie cinétique peuvent être négligées dans l'expression du premier principe de la thermodynamique.

II.4: De la même façon, justifier que le terme $(g \cdot z)$ peut aussi être retiré de l'expression du premier principe de la thermodynamique. On utilisera par la suite l'expression simplifiée suivante du premier principe en écoulement stationnaire :

$$\Delta(h) = w_u + q$$

III: Lecture du diagramme et intérêt de la vaporisation

Pour ne pas dégrader le compresseur, il est crucial que le fluide frigorigène soit purement gazeux à l'entrée de cet organe, toute goutte de liquide entraînant son usure prématurée. C'est pourquoi le fluide à la sortie de l'évaporateur est "surchauffé", sa température T_1 dans l'état 1 est supérieure à celle de la vapeur saturante $T_{sat}(P_{bp})$. La surchauffe est une marge de sécurité qui permet de garantir que le fluide sera bien gazeux à l'entrée du compresseur, même si le fonctionnement de la machine est perturbé.

III.1: Déterminer graphiquement la valeur numérique de la *surchauffe* : $T_1 - T_{sat}(P_{bp})$.

III.2: Le fluide à la sortie du condenseur (état 3) est dit "*sous-refroidi*", : sa température de sortie T_3 est plus basse que la température de vapeur saturante $T_{sat}(P_{hp})$. Déterminer graphiquement la valeur numérique du *sous-refroidissement* : $T_3 - T_{sat}(P_{hp})$.

III.3: La transformation 3 → 4 est une détente de Joule-Thomson. Le détendeur peut-être assimilé à un simple étranglement local de la conduite. Il n'y a pas de pièce mobile et les parois sont calorifugées. Justifier que cette étape est isenthalpique.

III.4: Dans la zone située à gauche de la courbe de saturation, les isothermes sont verticales. Justifier. III.5: La suite de la détente provoque une vaporisation de R134a. Etablir qu'au cours de cette vaporisation, la variation d'enthalpie massique peut s'écrire :

$$\Delta h = c \cdot (T_4 - T_3) + l_{vap}(T_4) \cdot x_{vap}$$

avec $l_{vap}(T_4) = h_{vap}(T_4) - h_{liq}(T_4)$: enthalpie massique de vaporisation à la température T_4 et x_{vap} le titre en vapeur dans l'état 4. On justifiera clairement la démarche utilisée.

III.6: Mesurer graphiquement $l_{vap}(T_4)$ ainsi que le titre en vapeur dans l'état 4. En déduire un ordre de grandeur numérique de la variation de température $(T_4 - T_3)$ attendue lors de la transformation 3 → 4. Cette valeur est-elle du même ordre de grandeur que celle lue sur le diagramme ?

IV: Efficacité de la machine frigorifique

IV.1: Quel phénomène faut-il négliger pour modéliser les échanges thermiques considérés comme étant isobares ?

IV.2: Quelles hypothèses faut-il faire pour modéliser la compression comme étant isentropique ?

On rappelle la définition de l'efficacité d'une machine thermique :

$$e = \left| \frac{\text{énergie massique utile}}{\text{énergie massique coûteuse}} \right|$$

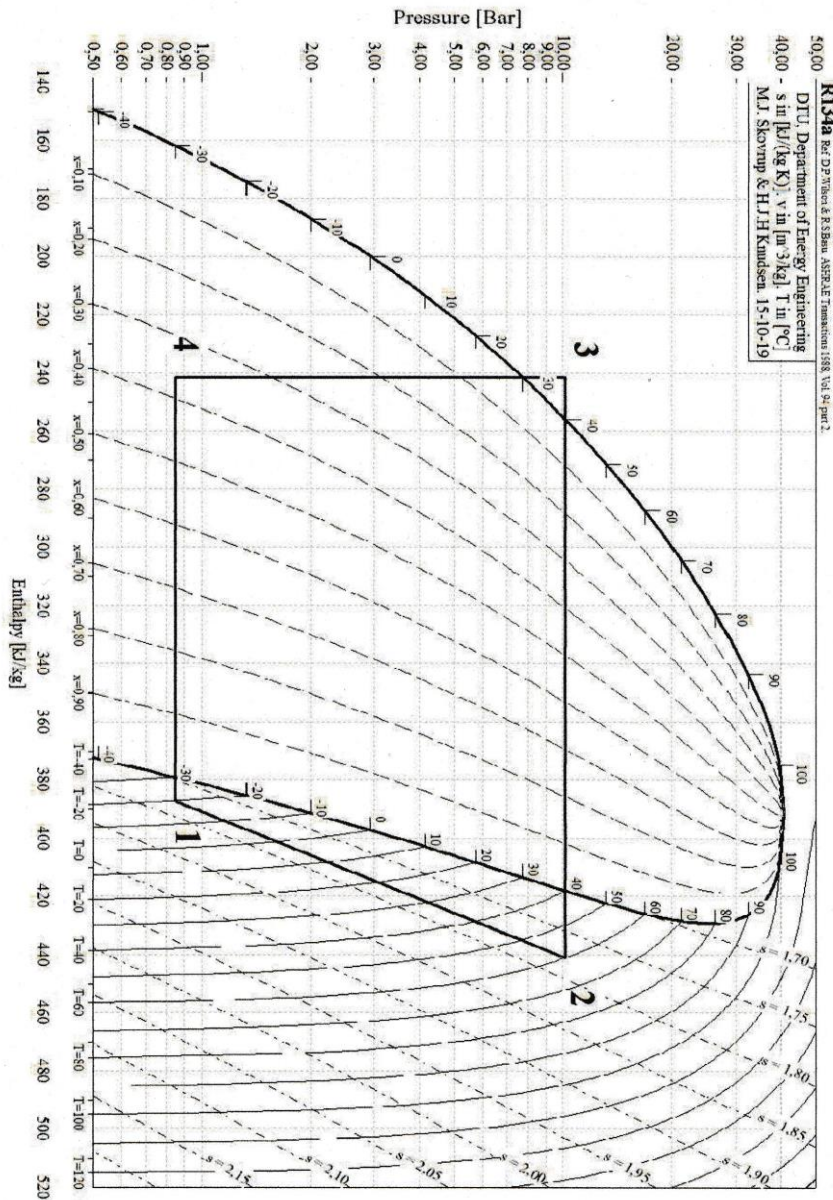
IV.3: A quoi correspondent ces deux termes énergétiques dans le cas de la machine frigorifique et identifier dans le cycle la transformation associée à chacun. Déterminer leur valeur numérique par lecture graphique sur le diagramme $(h, \ln P)$. En déduire la valeur de l'efficacité.

IV.4: En appliquant à 1,0 kg de fluide frigorigène les deux principes de la thermodynamique sur un cycle réversible, établir l'expression de l'efficacité de Carnot en fonction des températures de la source froide T_f et de la source chaude T_c . Faire l'application numérique avec $T_c = 40\text{ °C}$ et $T_f = -30\text{ °C}$ et comparer cette valeur à l'efficacité calculée dans le cadre du modèle étudié. Le résultat de cette comparaison était-il prévisible ? Quelles sont les sources d'irréversibilité du cycle avec lequel a été modélisé la machine frigorifique ?

IV.5: Aucune transformation réelle n'est réversible. La compression qui amène le fluide de P_{bp} à P_{hp} est nécessairement irréversible, contrairement à l'hypothèse simplificatrice de notre modèle. Proposer une modification simple de l'allure de la courbe 1 → 2 du diagramme ($h, \ln P$) pour tenir compte de l'irréversibilité. En déduire graphiquement une conséquence sur l'efficacité.

IV.6: Expliquer en quoi le sous-refroidissement permet d'augmenter l'efficacité de la machine, tous les autres paramètres étant gardés identiques.

Document annexe :



– Cycle subi par le fluide R134a, en coordonnées Pression – Enthalpie massique (tracé avec le logiciel CoolPack)