

T.D. n° 1**Signaux Physiques**

Thèmes : Relations de Snell-Descartes et image par une lame à faces parallèles

A.1 : Constructions de Descartes de rayon réfracté

Un rayon lumineux arrive en un point O à la surface d'un dioptré plan séparant deux milieux d'indices n_1 et n_2 .

- 1) Tracer deux cercles de centre O et de rayons n_1 et n_2 dans le milieu 2. Montrer en utilisant les lois de Snell-Descartes qu'on peut construire le rayon réfracté dans ce milieu.
- 2) Faire une construction avec $n_1 < n_2$ puis $n_2 < n_1$ et retrouver la réflexion totale.

A.2: Un rayon lumineux arrive sur un miroir plan sous incidence normale. On tourne le miroir d'un angle α . Quelle est la déviation du rayon réfléchi ?

A.3 : Limite de vision d'un clou dans un flotteur

On dispose d'un flotteur mince, de rayon R, au centre duquel on a planté un clou, perpendiculairement au plan du disque. La tête du clou est à la distance h du centre du disque. Le disque est placé dans l'eau, le clou étant immergé. A quelle condition le clou est-il visible pour un observateur placé dans l'air ? On prendra pour indice de l'eau $n = 1,33$.

A.4 : Limite de vision d'un poisson dans un aquarium

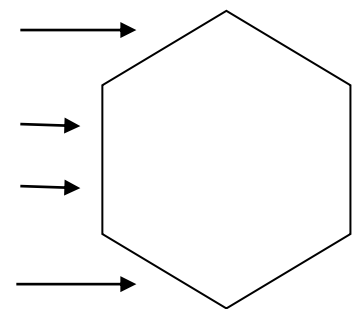
La paroi d'un aquarium est constituée d'une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur 5 mm. L'indice optique de l'air est $n_1 = 1,0$ celui du verre est $n_2 = 1,5$ et celui de l'eau est $n_3 = 1,3$.

- 1) Sachant que l'angle d'incidence $i_1 = 46^\circ$, calculer i_2 et i_3 qui sont respectivement les angles d'incidence dans le verre et dans l'eau.
- 2) Existe-t-il un phénomène de réflexion totale pour les rayons pénétrant dans l'aquarium ?
- 3) Existe-t-il un phénomène de réflexion totale pour les rayons sortant de l'aquarium ?

B.1: Halos atmosphériques

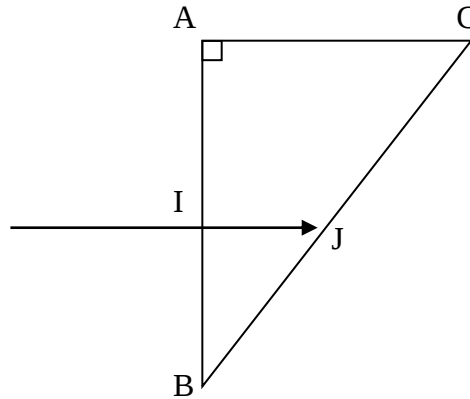
Un cristal d'indice $n = \sqrt{3}$ a la forme d'un prisme à base hexagonale régulière. Un faisceau de lumière parallèle éclaire ce morceau de glace. On veut recenser les directions des différents rayons qui traversent le cristal, en subissant deux réfractions (on ne s'intéresse pas aux rayons réfléchis).

- 1) Représenter la marche des rayons qui pénètrent dans le cristal sous incidence normale.
- 2) On considère maintenant les rayons qui rencontrent les faces latérales du cristal. Déterminer les angles d'incidence et de réfraction sur le premier dioptré.
- 3) Déterminer l'angle d'incidence des rayons sur le deuxième dioptré. Ce rayon émerge-t-il du cristal de glace ?
- 4) Représenter la marche d'un rayon qui rencontre l'une des faces latérales du cristal. Finalement, quel est l'effet du cristal de glace sur un faisceau de lumière parallèle ?
- 5) Les cristaux de glace de forme hexagonale sont responsables des halos lumineux. Décrivez ce phénomène en 5 lignes maximum.

**B.2 : Eclairage bichromatique d'un prisme droit**

Un rayon lumineux arrive normalement par la face AB d'un prisme rectangle ($A = 90^\circ$, $C = 55^\circ$). Il comporte deux radiations pour lesquelles l'indice du prisme vaut $n_1 = 1,73$ et $n_2 = 1,75$.

- 1) Sur quelles faces du prisme vont sortir les deux radiations et avec quel angle ?
- 2) Déterminer les deux déviations D_1 et D_2 .



B.3 : Influence d'une goutte d'eau sur un prisme...

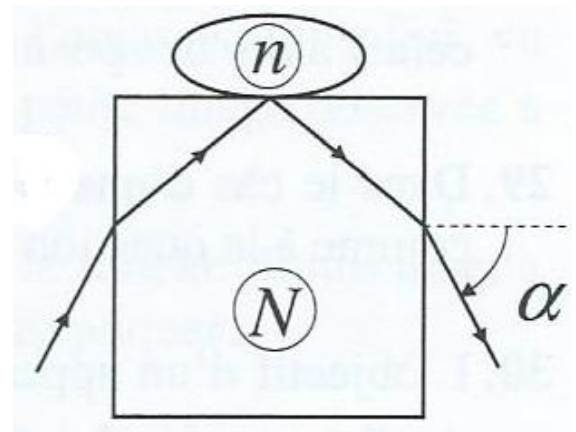
On considère un prisme en verre ABC d'indice $n = 1,5$ d'angles $\alpha = 90^\circ$ en A et $\beta = 60^\circ$ en B. Un rayon entre dans le prisme par la face AB en incidence normale et rencontre la face BC en I, où l'on place une goutte d'un liquide transparent d'indice n_0 .

- 1) Trouver la limite de l'indice n_0 du liquide pour qu'il y ait réflexion totale en I.
- 2) Dans ce cas, suivre la marche du rayon qui sort par la face AC et trouver la déviation totale du rayon.

B.4 : Réfractomètre de Pulrich

Un réfractomètre de Pulrich est constitué d'un bloc de verre de section rectangulaire d'indice N connu sur lequel on a déposé une goutte d'un liquide d'indice n inconnu. L'indice du liquide est inférieur à celui du verre : $n < N$. Le réfractomètre est placé dans l'air d'indice $n_0 = 1,000$.

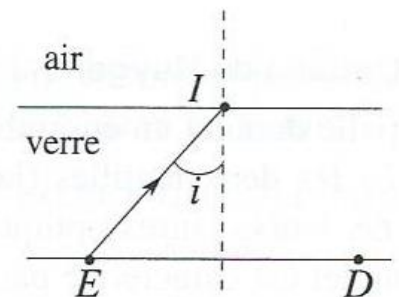
On éclaire le réfractomètre avec un rayon incident à la limite de la réflexion totale et on mesure l'angle α correspondant.



- 1) Sur quel dioptré le rayon incident peut-il subir une réflexion totale ? Justifier.
- 2) On note i_L l'angle limite. Exprimer $\sin i_L$ en fonction de n et N .
- 3) Etablir l'expression de n en fonction de N et de $\sin \alpha$.
- 4) Calculer n sachant que $N = 1,626$ et que $\alpha = 60,00^\circ$.

B.5: Détecteur de pluie sur un pare-brise

On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 5,0 \text{ mm}$, d'indice $n = 1,5$. Un pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptré verre-air en I avec un angle d'incidence $i = 60^\circ$.



- 1) Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED.
- 2) Lorsqu'il pleut, une lame d'eau d'indice $n' = 1,3$ et d'épaisseur $e' = 1,0 \text{ mm}$ se dépose sur le pare-brise. Représenter le rayon lumineux dans ce cas. A quelle distance du détecteur arrive-t-il ?

B.6 : Déviation par un prisme

1) On considère un rayon incident faisant un angle i avec la normale à la face d'entrée d'un prisme d'angle au sommet A . On appelle r l'angle que fait le rayon réfracté dans le prisme, r' l'angle que fait le rayon dans le prisme avec le second dioptré et i' l'angle que fait le rayon sortant avec la normale au prisme. Etablir l'expression de la déviation D du rayon lumineux dans le prisme en fonction de i, r, r' et i' .

2) Montrer que $D = i + i' - A$

3) Montrer que si l'angle au sommet A du prisme est petit, alors $D = (n - 1) \cdot A$

B.7 : Angle de Brewster

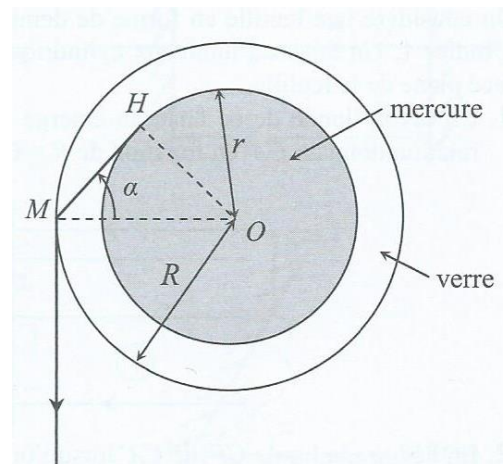
Un dioptré plan sépare l'air d'un milieu d'indice n . Pour quelle valeur de l'angle d'incidence le rayon réfléchi est-il perpendiculaire au rayon réfracté ?

B.8 : Parallaxe d'un thermomètre

On considère un thermomètre à colonne de mercure dont l'enveloppe est un cylindre en verre de rayon extérieur R et de rayon intérieur r .

1) Montrer qu'à partir d'une certaine valeur du rapport $\frac{r}{R}$ un observateur voit le mercure comme s'il remplissait entièrement un cylindre de rayon R , c'est à dire que l'épaisseur du verre n'est plus visible.

2) On donne $n = 1,5$. Calculer ce rapport.

**B.9 : Objet accolé à une lame de verre**

On observe un objet ponctuel A à travers une lame de verre à faces parallèles dont l'indice de réfraction est n et l'épaisseur e . L'objet A est en contact avec un bord de la lame. On suppose les angles réfractés et réfléchis petits. On rappelle que si les angles sont supposés petits alors $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$ (en radians). Faire un schéma du dispositif et déterminer la position de l'image A' du point A par la lame à face parallèle.

B.10 : Pêche à l'épuisette...

Un enfant essaie d'attraper un poisson rouge dans un aquarium. Il dispose d'un cerceau de diamètre AB prolongé d'un filet, muni d'une tige dont la longueur immergée SA est de 15 cm. L'enfant tient son épuisette perpendiculairement à la surface horizontale de l'eau. Il sait que l'image du poisson est plus proche de la surface de l'eau que la position réelle du poisson. Il en conclut que s'il voit l'image du poisson à 15 cm au-dessous de la surface de l'eau, il sera certain de l'attraper. L'indice optique de l'eau est $n = 1,3$.

1) A quelle distance de la surface de l'eau le poisson se trouve-t-il réellement lorsque son image est vue à 15 cm de la surface de l'eau (sous faible incidence) ?

2) Quel doit être le diamètre minimal du cerceau de l'épuisette pour que l'enfant réussisse son opération ?

C.1: Miroirs domestiques

Les miroirs domestiques sont des lames de verre dont la face arrière, recouverte d'un dépôt métallique d'argent, est une surface réfléchissante.

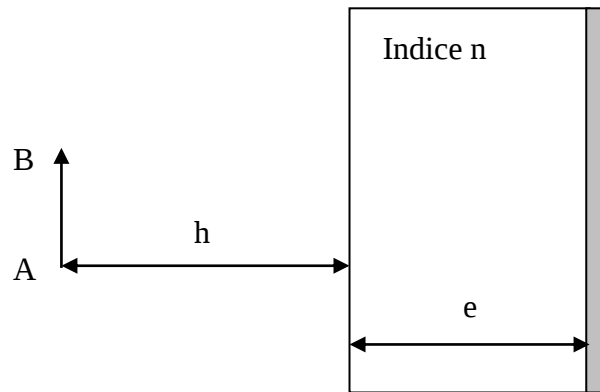
1) Représenter la trajectoire d'un rayon lumineux arrivant sur la lame de verre avec un angle d'incidence i . On note e l'épaisseur de la lame de verre et n son indice. Montrer que le rayon émergent du système est le même que si l'on avait uniquement une surface réfléchissante et

exprimer la distance d entre cette surface et la face avant de la lame en fonction de e , i et r angle de réfraction dans le verre correspondant à l'angle d'incidence i .

2) Montrer que dans les conditions de Gauss, d ne dépend pas de i . Conclure.

C.2 : Image d'un objet à travers une lame réfléchissante

La face arrière d'une lame à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n , est rendue réfléchissante. C'est ce dispositif qui est utilisé pour les miroirs usuels. A une distance h de la première face se trouve un petit objet plan AB parallèle à la lame.



On désire déterminer les positions des images successives de cet objet à travers les différents dioptries, $A'B'$ étant l'image définitive. On note A_1 l'image de A à travers le dioptre air/lame, A_2 l'image de A_1 par le miroir et A' l'image de A_2 à travers le dioptre lame/air. Les points O_1 et O_2 se trouvent sur la normale au système passant par A. O_1 est sur la première face et O_2 sur la seconde. Toutes les expressions littérales seront données en fonction de n , e et h .

1) Donner les expressions littérales de $\overline{O_1A_1}$, $\overline{O_2A_2}$ et $\overline{O_1A'}$ en se plaçant dans l'hypothèse des faibles inclinaisons.

2) Faire l'application numérique pour $h = 50$ cm, $e = 3$ cm et $n = 1,5$.

3) Montrer que quel que soit h , ce système se comporte comme un miroir dont on déterminera la position. On notera O_3 le point appartenant à la droite $O_1 O_2$ et on exprimera $\overline{O_1O_3}$.

Solutions du TD 1 : A.2: $D = 2. \alpha$ A.3: $i = \arctan\left(\frac{R}{h}\right) < i_L = 48,8^\circ$ A.4: 1) $i_2 = 28,7^\circ$

$i_3 = 32,7^\circ$ 2) réflexion totale possible sur le dioptre verre-eau 3) réflexion totale possible sur le dioptre verre-air B.1: 1) Pas de déviation sous incidence normale 2) Sur le premier dioptre, $i_1 = 60^\circ$ et $i_2 = 30^\circ$ 3) Sur le deuxième dioptre, $i_1 = 30^\circ$ et $i_2 = 60^\circ$. Avec $i_L = 35^\circ$, il n'y a pas de réflexion totale sur le second dioptre 4) Le faisceau incident de lumière parallèle est divisé en 3 faisceaux de lumière parallèle, l'un non dévié et les deux autres déviés de $\pm 60^\circ$. 5) Halos lumineux.... B.2: 1) pour n_1 face BC, pour n_2 face AC 2) $D_1 = 47,9^\circ$ et $D_2 = 126,8^\circ$ B.3: 1) $n_0 \leq 1,3$ 2) $D = 41,4^\circ$ B.4: 1) Réflexion totale possible sur le deuxième dioptre 2) Angle limite : $\sin i_L = \frac{n}{N}$ 3) $n = \sqrt{N^2 - (\sin \alpha)^2}$ 4) A.N.: $n = 1,376$ B.5: 1) $i > i_L = 41,8^\circ$ donc il y a réflexion totale en I, $ED = 2.e.\tan i = 17 \text{ mm}$ 2) Dans ces conditions, il n'y a plus réflexion totale dans le verre mais dans l'eau. Le rayon arrive à une distance $d = 2.e'.\tan r = 52 \text{ mm}$ du détecteur. B.7: $i = \arctan(n)$ B.8: 1) $\frac{r}{R} = \frac{1}{n}$ 2) $\frac{r}{R} = 0,67$

B.9: $AA' = e.\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ B.10: 1) 20 cm 2) poisson au centre d = 10 cm C.1: 1) $d = e\left(\frac{\tan r}{\tan i}\right)$

2) Dans les conditions de Gauss, $d = \frac{e}{n}$ C.2: 1) $\overline{O_1A_1} = -n.h$; $\overline{O_2A_2} = n.h + e$; $\overline{O_1A'} = h + \frac{2.e}{n}$

2) $\overline{O_1A_1} = -75 \text{ cm}$, $\overline{O_2A_2} = 78 \text{ cm}$ et $\overline{O_1A'} = 54 \text{ cm}$ 3) $\overline{O_1O_3} = \frac{e}{n}$

Solutions du TD 1 : A.2: $D = 2. \alpha$ A.3: $i = \arctan\left(\frac{R}{h}\right) < i_L = 48,8^\circ$ A.4: 1) $i_2 = 28,7^\circ$

$i_3 = 32,7^\circ$ 2) réflexion totale possible sur le dioptre verre-eau 3) réflexion totale possible sur le dioptre verre-air B.1: 1) Pas de déviation sous incidence normale 2) Sur le premier dioptre, $i_1 = 60^\circ$ et $i_2 = 30^\circ$ 3) Sur le deuxième dioptre, $i_1 = 30^\circ$ et $i_2 = 60^\circ$. Avec $i_L = 35^\circ$, il n'y a pas de réflexion totale sur le second dioptre 4) Le faisceau incident de lumière parallèle est divisé en 3 faisceaux de lumière parallèle, l'un non dévié et les deux autres déviés de $\pm 60^\circ$. 5) Halos lumineux.... B.2: 1) pour n_1 face BC, pour n_2 face AC 2) $D_1 = 47,9^\circ$ et $D_2 = 126,8^\circ$ B.3: 1) $n_0 \leq 1,3$ 2) $D = 41,4^\circ$ B.4: 1) Réflexion totale possible sur le deuxième dioptre 2) Angle limite : $\sin i_L = \frac{n}{N}$ 3) $n = \sqrt{N^2 - (\sin \alpha)^2}$ 4) A.N.: $n = 1,376$ B.5: 1) $i > i_L = 41,8^\circ$ donc il y a réflexion totale en I, $ED = 2.e.\tan i = 17 \text{ mm}$ 2) Dans ces conditions, il n'y a plus réflexion totale dans le verre mais dans l'eau. Le rayon arrive à une distance $d = 2.e'.\tan r = 52 \text{ mm}$ du détecteur. B.7: $i = \arctan(n)$ B.8: 1) $\frac{r}{R} = \frac{1}{n}$ 2) $\frac{r}{R} = 0,67$

B.9: $AA' = e.\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ B.10: 1) 20 cm 2) poisson au centre d = 10 cm C.1: 1) $d = e\left(\frac{\tan r}{\tan i}\right)$

2) Dans les conditions de Gauss, $d = \frac{e}{n}$ C.2: 1) $\overline{O_1A_1} = -n.h$; $\overline{O_2A_2} = n.h + e$; $\overline{O_1A'} = h + \frac{2.e}{n}$

2) $\overline{O_1A_1} = -75 \text{ cm}$, $\overline{O_2A_2} = 78 \text{ cm}$ et $\overline{O_1A'} = 54 \text{ cm}$ 3) $\overline{O_1O_3} = \frac{e}{n}$

