T.D. n° 1 Signaux Physiques

Thèmes : Propagation d'un signal et ondes stationnaires

A.1 : Spectre en amplitude d'un signal et analyse de Fourier

Un musicien enregistre le son émis par sa flûte lorsqu'il joue un La_4 puis en réalise l'analyse spectrale (figures 1 et 2) :

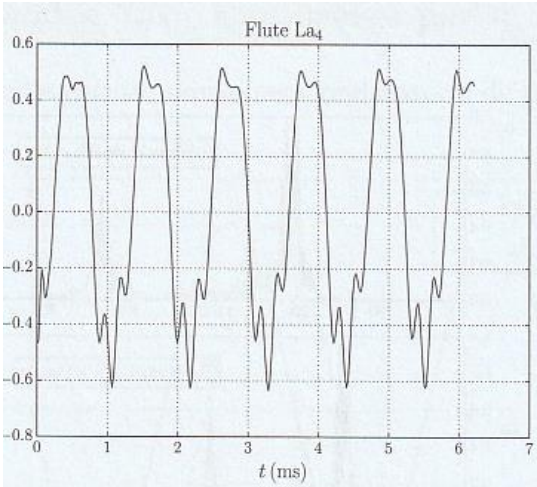


Figure 1

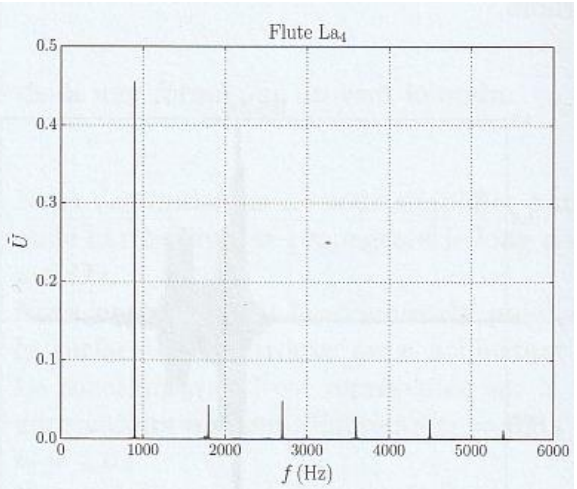
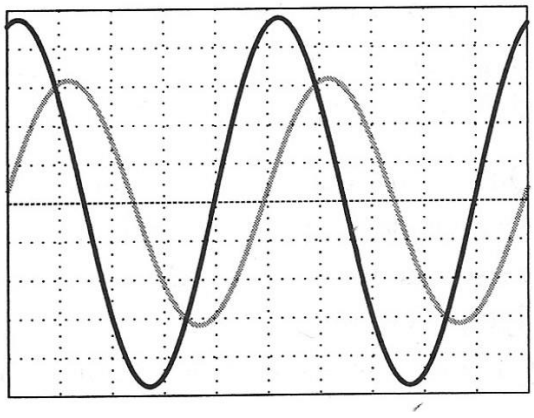


Figure 2

1) A la lumière des figures 1 et 2, peut-on dire que le son émis par la flûte est périodique ? Dans l'affirmative, déterminer sa période T puis sa fréquence f à l'aide de la figure 1.
2) Ces résultats vous semblent-ils compatibles avec la figure 2. Commenter.

A.2 : Détermination d'un déphasage

La figure représente un écran d'oscilloscope avec deux signaux sinusoïdaux de même fréquence $s_1(t)$ (en noir) et $s_2(t)$ (en gris). La ligne en tireté représente le niveau zéro pour les deux signaux.
Echelle : en abscisse $20\ ms$/div et en ordonnée $2{,}0\ V$/div.
1) On pose $s_1(t) = A_1.\cos(\omega.t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = A_2.\cos(\omega.t + \varphi_2)$. Déterminer $s_1(t)$ et $s_2(t)$.
2) Déterminer le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ de $s_2(t)$ par rapport à $s_1(t)$.

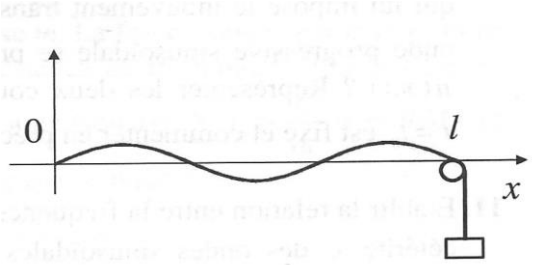


A.3 : Modes propres d'un instrument de musique

Un instrument de musique est modélisé par un tuyau de longueur $L = 30{,}0\ cm$, qui est le siège d'une onde stationnaire de pression présentant un ventre aux deux extrémités. Quelles sont les trois plus basses fréquences possibles ?
On donne la vitesse de propagation du son dans l'air : $c = 340\ m.s^{-1}$.

A.4 : Corde de Melde

Une corde de Melde de longueur finie l est excitée en $x = 0$ par un vibreur (non représenté) de faible amplitude et de fréquence f variable, et passe en $x = l$ sur la gorge d'une poulie. Elle est tendue par une masse m accrochée à l'extrémité de la corde.

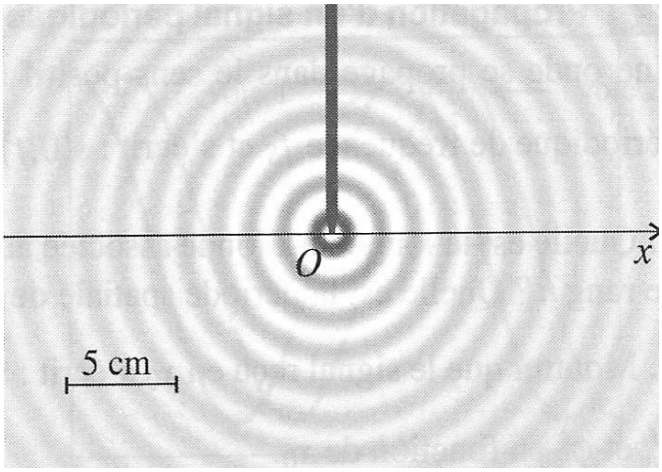


1) On fait l'hypothèse que l'amplitude des vibrations en $x = 0$ est négligeable devant celle du reste de la corde. Quelles sont les conditions aux limites de la corde de Melde ?
2) Décrire le phénomène observé lorsqu'on modifie le fréquence d'excitation f.
3) On note c la célérité d'une onde progressive qui se propagerait dans cette corde.
Exprimer la longueur l en fonction de la longueur d'onde λ_n du mode n concerné et en déduire les fréquences des modes propres en fonction de n, l et c.
4) Représenter la corde dans le mode $n = 3$.

A.5 : Propriétés des instruments à cordes
Une corde tendue est attachée à ses extrémités en O $(x = 0)$ et en A $(x = l)$. Son mouvement est donné par : $y(x,t) = b.\sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right).\sin(\omega.t)$.
1) De quel type de solution s'agit-il ? Cette solution vérifie-t-elle les conditions aux limites ? Déterminer les pulsations propres ω_n possibles.
2) La corde est en acier de masse volumique $\mu = 7{,}87.10^3\ kg.m^{-3}$, de diamètre $d = 0{,}300\ mm$, de longueur $l = 64{,}0\ cm$ et tendue avec une tension $T = 100\ N$. Si on fait l'hypothèse que la célérité c dépend uniquement de T, d et μ, par analyse dimensionnelle, montrer que $c = \sqrt{\frac{T}{\mu.d^2}}$
3) Déterminer la fréquence f_1 du mode fondamental et la longueur d'onde λ_1 correspondante. Faire un schéma de ce mode d'oscillations et interpréter.
4) Pourquoi un violon joue-t-il plus aigu qu'une contrebasse ?

A.6 : Spectre d'un produit de fonctions sinusoïdales
On considère le signal $s(t) = A.\cos(2.\pi.f_1.t).\cos(2.\pi.f_2.t + \varphi)$ où A et φ sont des constantes.
1) En utilisant la formule trigonométrique : $\cos a\,.\cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$ déterminer les fréquences contenues dans $s(t)$. Représenter son spectre en amplitude.
2) Examiner le cas où $f_1 = f_2$.

A.7 : Cuves à ondes
La figure représente la surface d'une cuve à onde éclairée en éclairage stroboscopique. L'onde est engendrée par un vibreur de fréquence $f = 18\ Hz$. L'image est claire là où la surface de l'eau est convexe, foncée là ou elle est concave.

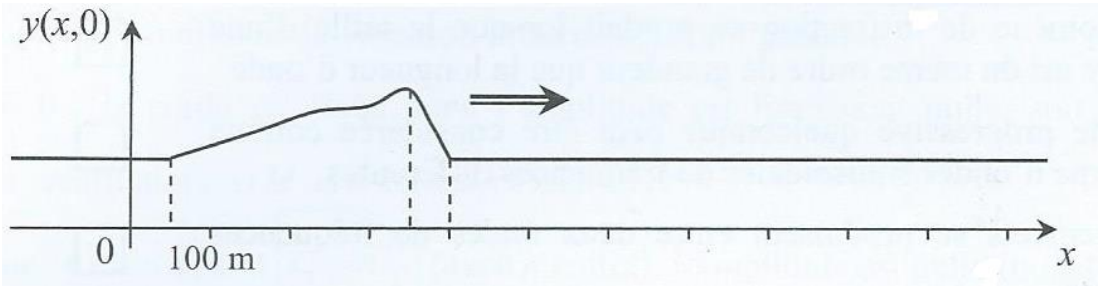


1) En mesurant sur la figure, déterminer la longueur d'onde.
2) En déduire la célérité de l'onde.
3) On suppose l'onde sinusoïdale, d'amplitude A et de phase initiale nulle en O. L'amplitude A n'est pas constante. Justifier.
4) Ecrire le signal $s(x,t)$ pour $x > 0$ et pour $x < 0$.

B.1 : Propagation d'un mascaret

Un mascaret est une vague solitaire remontant un fleuve au voisinage de son estuaire, et provoquée par une interaction entre son écoulement et la marée montante. On considère ici un mascaret se déplaçant à la vitesse $c = 20{,}0\ km.h^{-1}$ le long d'un fleuve rectiligne et on définit un axe Ox dans la direction et le sens de sa propagation.

A un instant $t = 0$, le profil de niveau de l'eau du fleuve a l'allure suivante :



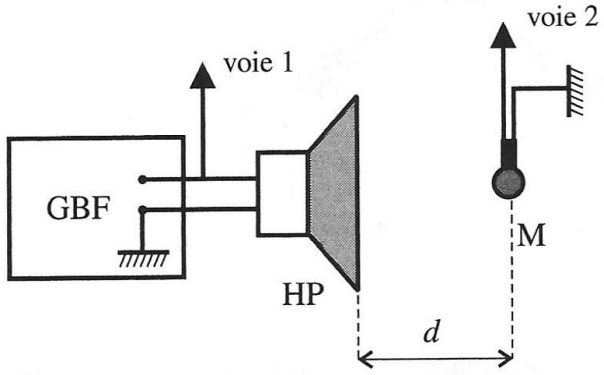
1) Faire un schéma du profil de niveau du fleuve à $t = 1{,}00$ minute, en supposant que l'onde se propage sans déformation.

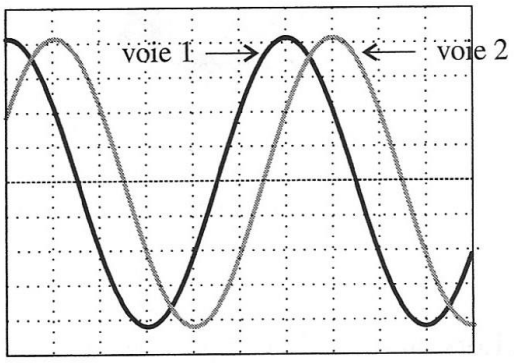
2) Un surfeur attend la vague à un endroit d'abscisse $x_S = 2{,}00\ km$. A quel instant va-t-il recevoir la vague ?

3) Un détecteur fixe, enregistrant la hauteur du fleuve en fonction du temps, est placé à l'abscisse $x_D = 1{,}40\ km$. Dessiner l'allure des variations $y(x_D, t)$ en fonction de t.

4) En eau peu profonde, la célérité de l'onde est donnée par la formule de Lagrange $c = \sqrt{g.H}$ où g représente le champ de pesanteur et H la hauteur d'eau. Dans l'hypothèse que la formule de Lagrange soit vérifiée pour la propagation du mascaret, comment évolue le profil de la vague?

B.2 : Etude expérimentale d'une onde progressive sinusoïdale





Un haut-parleur HP est mis en vibration à l'aide d'un générateur de basses fréquences GBF réglé sur la fréquence $f = 1{,}50\ kHz$. L'onde sonore ainsi créée se propage dans l'air à la célérité $c = 342\ m.s^{-1}$. Un microphone M placé à la distance d du haut parleur reçoit le signal sonore et le transforme en un signal électrique. Les signaux du GBF et du micro sont envoyés respectivement sur les voies 1 et 2 d'un oscilloscope.

1) Pour une certaine position de M et un réglage adéquat de l'oscilloscope, l'écran a l'aspect représenté sur la figure. Quel est le déphasage des signaux visualisés ?

2) L'oscilloscope étant synchronisé sur la voie 1, comment évolue la courbe de la voie 2 lorsqu'on éloigne M de HP ?

3) De combien doit-on augmenter d pour voir deux signaux en phase ? Quel est le meilleur moyen pour savoir si les signaux sont en phase ?

B.3 : Trains d'ondes

Une onde se propage dans la direction de l'axe (Ox), dans le sens positif avec la célérité c. La source, située en $x = 0$ émet le train d'ondes ci-dessous (oscillation de durée τ limitée) :

$$s(0,t) = \begin{cases} 0 \text{ si } t < 0 \\ \sin\left(\dfrac{2.\pi.t}{T}\right) \text{ si } 0 \leq t \leq \tau \\ 0 \text{ si } t \geq \tau \end{cases}$$

1) Exprimer $s(x,t)$ pour x positif quelconque.

2) Représenter $s\left(x, \frac{\tau}{2}\right)$ et $s\left(x, \frac{3.\tau}{2}\right)$ en fonction de x (pour $x > 0$). On prendra $\tau = 4.T$ sur le schéma. Quelle est la longueur du train d'ondes dans l'espace ?

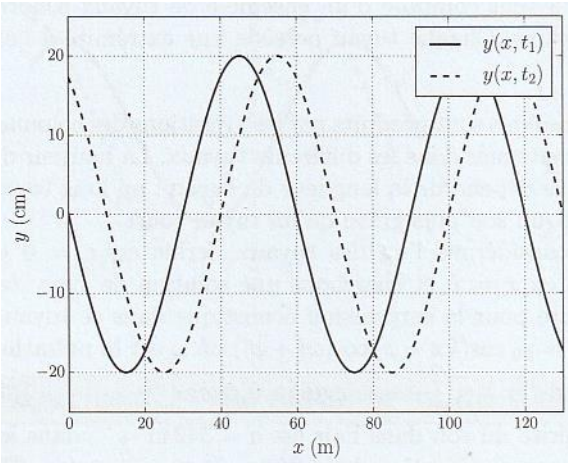
B.4 : Ondes progressives sinusoïdales

1) Donner la période, la fréquence, la pulsation temporelle, la longueur d'onde, la pulsation spatiale de l'onde $s(x,t) = (5{,}0).\sin(2{,}4.10^3.\pi.t - 7{,}0.\pi.x + 0{,}70.\pi)$ où x et t sont exprimés respectivement en mètres et en secondes. Quelle est sa vitesse de propagation ?

2) Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens positif avec la célérité c. L'expression du signal de l'onde au point d'abscisse x_1 est $s_1(x_1,t) = A.\cos(\omega.t)$. Déterminer l'expression de $s_1(x,t)$. Représenter $s_1(x,0)$ en fonction de x.

3) Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens négatif avec la célérité c. On donne : $s_2(0,t) = A.\sin(\omega.t)$. Déterminer l'expression de $s_2(x,t)$. Représenter graphiquement $s_2\left(\frac{\lambda}{4}, t\right)$ et $s_2\left(\frac{\lambda}{2}, t\right)$ en fonction du temps.

B.5 : Emportés par la houle



La houle est un mouvement ondulatoire de la surface de la mer formé par un vent lointain. Nous supposerons que la houle est assimilable à une onde harmonique se propageant le long d'un axe Ox. On note $y(x,t)$ l'ordonnée du point de la surface qui se trouve en x à l'instant t. La fonction $y(x,t)$ est représentée sur la figure à deux instants $t_1 = 0{,}0\ s$ et $t_2 = 1{,}0\ s$. Nous admettrons que t_2 est inférieur à la période T de l'onde. La norme de l'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

1) Dans quel sens se propage l'onde ?

2) Déterminer sa longueur d'onde λ, sa période et sa vitesse de phase v_φ.

3) Proposer une écriture de $y(x,t)$.

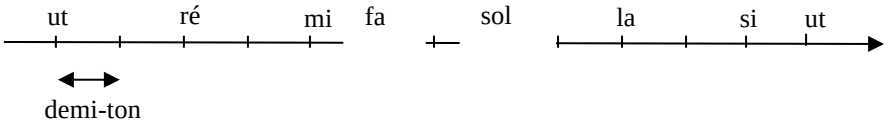
4) Emportées par la houle, deux mouettes rieuses se trouvent aux abscisses $x_1 = 0{,}0\ m$ et $x_2 = 5{,}0\ m$ à la surface de l'eau. Peut-on dire que la houle les éloigne l'une de l'autre ? Représenter sur le même graphe l'évolution de l'ordonnée des deux mouettes (assimilées à deux points sur la surface de l'eau) en fonction du temps.

5) La relation de dispersion entre la longueur d'onde λ et la fréquence f d'une onde progressive harmonique se propageant à la surface d'une mer de grande profondeur s'écrit : $f = \sqrt{\dfrac{g}{2.\pi.\lambda}}$

-a- Exprimer la vitesse de phase de l'onde en fonction de g et λ.

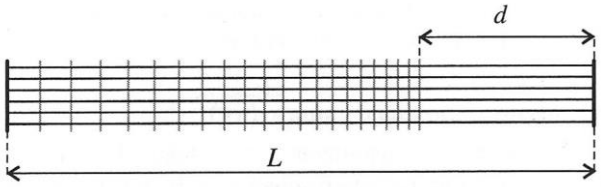
-b- Le milieu dans lequel se propage l'onde est-il dispersif ?
-c- Calculer la vitesse de phase v'_φ d'une onde harmonique de longueur d'onde $\lambda' = 30\ m$ puis calculer sa fréquence f'.

B.6: Gamme tempérée
L'oreille humaine entend des sons compris entre $20\ Hz$ et $20\ kHz$ environ.
1) Donner dans l'air les longueurs d'onde correspondant ainsi que celle de la fréquence 1000 Hz.
2) Combien cela représente-t-il d'octaves ?
3) Dans la gamme tempérée, l'octave est divisée en 12 demi-tons équidistants :



Quel est le rapport de trequence entre le fa et le mi, entre le la et le sol, dans cette gamme ?
4) A quelles perceptions physiologiques correspondent la fréquence et l'amplitude d'un son?
5) Un violoncelle et une clarinette jouent la même note avec la même intensité. Quelles caractéristiques du son permettent de distinguer les deux instruments.

B.7 : Frettes d'une guitare
Les frettes placées le long du manche d'une guitare permettent au musicien de modifier la hauteur du son produit par la corde. En pressant la corde contre une frette, il diminue sa longueur, provoquant une augmentation de la fréquence fondamentale de vibration de la corde.



1) Retrouver rapidement la fréquence de vibration fondamentale d'une corde de longueur L le long de laquelle les ondes se propagent à la célérité c.
2) La note monte d'un demi-ton lorsque la fréquence est multipliée par $2^{\frac{1}{12}}$. Pour cela, comment doit-on modifier la longueur de la corde ?
3) En plaçant le doigt sur les frettes successives on monte à chaque fois la note d'un demi-ton. Combien de frettes peut-il y avoir au maximum, sachant que la distance d entre la dernière frette et le point d'accrochage de la corde (voir figure) doit être supérieur à $0{,}25.L$?

B.8 : Fréquences propres d'un tuyau sonore
La colonne d'air contenue dans un instrument à vent (flûte, clarinette…) ou dans un tuyau d'orgue vibre selon des modes propres correspondant à des conditions aux limites données. Dans une modélisation très simple on envisage deux types de conditions :

- Si l'extrémité du tuyau est ouverte, la pression acoustique est nulle à cette extrémité.
- Si l'extrémité du tuyau est fermée, l'amplitude de variation de la pression acoustique est maximale à cette extrémité.

1) On considère un tuyau de longueur L dans lequel la célérité des ondes sonores est c.
-a- Déterminer les fréquences des modes propres du tuyau lorsque ses deux extrémités sont ouvertes. Représenter schématiquement la surpression dans le tuyau pour les trois premiers modes.
-b- Même question si l'une des extrémités du tuyau est ouverte et l'autre fermée. Expliquer pourquoi le son produit par un tel tuyau ne comporte que des harmoniques impairs.

2) **Première application :**
Les grandes orgues peuvent produire des notes très graves. On fait l'hypothèse qu'un tube d'orgue est fermé à l'une de ses extrémités et ouvert à l'autre. Calculer la longueur d'onde d'un son de fréquence 34,0 Hz, correspondant au Do^0, en prenant la valeur de la célérité du son à 0° C dans l'air soit $c = 331\ m.s^{-1}$. Calculer la longueur du tuyau produisant cette note.
3) **Deuxième application :**
On peut modéliser très grossièrement une clarinette par un tube fermé au niveau de l'embouchure et ouvert à l'extrémité de l'instrument. L'instrument est muni d'une « clé de douzième » qui ouvre un trou situé à la distance $\frac{L}{3}$ de l'embouchure. Lorsque ce trou est ouvert la surpression est nulle en ce point. Quel est l'effet de cette ouverture sur les trois modes présentés en 1)-b ?

B.9 : Propagation d'ondes sonores
On dispose de deux haut-parleurs, pouvant être alimentés par un générateur basses fréquences (GBF) de fréquence $f = 1{,}00\ kHz$, ainsi que de deux microphones. La vitesse du son dans l'air est $c = 340\ m.s^{-1}$.
1-a) Quelle est la longueur d'onde ?
b) Dans un premier temps, on n'utilise qu'un seul haut-parleur.
Si on dispose seulement d'un microphone, peut-on mettre en évidence la propagation de l'onde et mesurer la longueur d'onde en utilisant un oscilloscope en mode monocourbe ? En mode bicourbe ?
2) On utilise désormais les deux haut-parleurs, placés face à face à une distance d, aux points O et A de l'axe (Ox). Ils sont alimentés en parallèle par le GBF. On note $e(t) = e_0.\cos(\omega.t)$ avec $\omega = 2.\pi.f$, la tension délivrée par le GBF. On supposera que la présence d'un haut-parleur ne perturbe pas l'onde émise par l'autre, et notamment n'engendre pas d'onde réfléchie. Chaque haut-parleur est supposé émettre une onde acoustique de même phase que la tension d'alimentation et on négligera toute atténuation des ondes sonores émises par les haut-parleurs.
a) Donner la forme générale de l'onde engendrée par le haut-parleur de gauche $p_g(x,t)$.
b) Exprimer l'onde engendrée par le haut-parleur de droite $p_d(x,t)$. On fera particulièrement attention au fait qu'en $x = d$, l'onde $p_d(x,t)$ doit posséder la même phase que la tension d'alimentation.
c) L'onde entre les deux haut-parleurs est la superposition des deux ondes déterminées ci-dessus. On désire qu'au niveau qu'au niveau du haut-parleur de gauche se forme un noeud de vibration. Exprimer les distances d_n que l'on peut alors choisir en fonction de la longueur d'onde λ et d'un entier n.
d) Qu'en est-il au niveau du haut-parleur de droite ? Tracer l'allure des ondes obtenues à un certain temps pour les trois entiers les plus faibles.
e) Reprendre les deux dernières questions si on veut obtenir sur le haut-parleur de gauche un ventre de vibration. Expliquer qualitativement la condition obtenue.

B.10 : Effet Döppler
Une onde sinusoïdale de fréquence f se propage dans la direction de (Ox) avec la célérité c. Un observateur se déplace avec une vitesse $\vec{v} = v.\vec{\imath}$ parallèle à (Ox).
1) Ecrire le signal $s(x,t)$ de l'onde en définissant les notations nécessaires.
2)Pour l'observateur en mouvement, le point d'abscisse x est repéré par une abscisse le long d'un axe (Ox') qui lui est lié telle que $x' = x - v.t$. Exprimer $s(x',t)$.
3) En déduire l'expression de la fréquence f' pour l'observateur en mouvement. Comparer f' et f suivant le signe de v.
4) Vous marchez dans la rue et un camion de pompier, sirène en marche, arrive de derrière et vous dépasse. Qu'entendez-vous ?

Solutions du TD 2 : A.3 : $f_1 = 570\ Hz$, $f_2 = 1100\ Hz$ et $f_3 = 1700\ Hz$ **A.4 :** 1) $x(0) = 0$ et $x(l) = 0$ 2) ondes stationnaires 3) $l = n\left(\frac{\lambda_n}{2}\right)$ et $f_n = n\left(\frac{c}{2.l}\right)$ 4) cf cours **A.5 :** 1) onde stationnaire, la fonction vérifie les CL, $\omega_n = \frac{n.\pi.c}{l}$ 2) 3) $f_1 = 331\ Hz$ et $\lambda_1 = 1{,}28\ m$ 4) la taille d'un instrument conditionne son mode fondamental. **A.7:** 1) $\lambda = 1{,}5\ cm$ 2) $c = 0{,}27\ m.s^{-1}$ 3) Amortissement énergétique en $1/x$ 4) pour $x > 0$: $s(x,t) = A(x).\cos(\omega.t - k.x)$ **B.1 :** En retenant 2 C.S. dans les A.N., $c = 5{,}6\ m.s^{-1}$. Notons F le front d'onde et Q la queue de l'onde. 1) Après 1 mn, $x_F = 740\ m$ et $x_Q = 390\ m$ 2) F arrive au niveau du surfeur à $t_S = \frac{2000-400}{5{,}6} = 290\ s$ 4) La vague se déforme au cours de la propagation (milieu dispersif). **B.2 :** 1) 2 est en retard de $\frac{\pi}{3}$ par rapport 1 2) 2 se déplace vers la droite 3) $d = 0{,}19\ m$ **B.7 :** 1) $f_1 = \frac{c}{2.L}$ 2) il faut multiplier la longueur par $2^{-\frac{1}{12}}$ 3) $p \leq 24$ **B.8 :** 1) –a-$f = n.\left(\frac{c}{2.L}\right)$ -b- $f = (2.n+1)\frac{c}{4.L}$ 2) $\lambda = 10{,}3\ m$ et $L = 2{,}6\ m$ 3) –b- $\frac{L}{3} = (2.n+1)\frac{\lambda}{4}$; $f_1 = \frac{3.c}{4.L}$ **B.9 :** 1)-a- $\lambda = 34\ cm$ -b- impossible en monocourbe 2)-a- $p_g(x,t) = A.\cos(\omega.t - k.x)$ -b-$p_d(x,t) = A.\cos\big(\omega.t + k.(x-d)\big)$ -c- $d_n = \frac{\lambda}{2} + n.\lambda$ -e- $d'_n = n.\lambda$ **B.10 :** 1) $s(x,t) = A.\cos\left(2.\pi.f.\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right)$ 2) $s(x,t) = A.\cos\left(2.\pi.f.\left(1 - \frac{v}{c}\right).t - 2.\pi.f\frac{x'}{c} + \varphi\right)$; fréquence perçue par l'observateur : $f' = f.\left(1 - \frac{v}{c}\right)$.