T.D. n° 2 Signaux Physiques

Thèmes : Interférences et battements

A.1 : Ondes de marée

Le phénomène de marée est dû à l'attraction de la Lune et du Soleil sur les masses d'eau océaniques. L'élévation du niveau de l'eau se propage de proche en proche, à la manière d'une onde, qui se réfléchit sur les côtes continentales.

Comment peut-on expliquer qu'il existe des lieux, appelés points amphidromiques, où l'amplitude de marée est toujours nulle ? La mer du nord compte par exemple 2 points amphidromiques.

A.2 : Interférences dans une cuve à onde

Une fourche à deux extrémités vibre en frappant la surface de l'eau d'une cuve à onde en deux points S_1 et S_2; les vibrations produites en un point M de la surface par ces deux sources s'écrivent respectivement $u_1(M,t)$ et $u_2(M,t)$.

1) A quelle condition ces ondes peuvent-elles interférer ?

2) Les deux points sources S_1 et S_2 ont pour mouvement des oscillations sinusoïdales de même amplitude, de même fréquence et sont en phase : $u_1(0,t) = u_2(0,t) = a.\cos(\omega.t)$. Pourquoi les signaux arrivant en M sont-ils déphasés ?

3) Représenter sur un schéma la différence de marche δ entre les deux vibrations pour un point M quelconque. On nota a la distance S_1S_2 et x la distance du point M à la bissectrice. Montrer que si M est proche de la bissectrice du segment $[S_1;\ S_2]$, la différence de marche peut s'exprimer sous la forme $\delta = \frac{a.x}{D}$ avec D distance à définir.

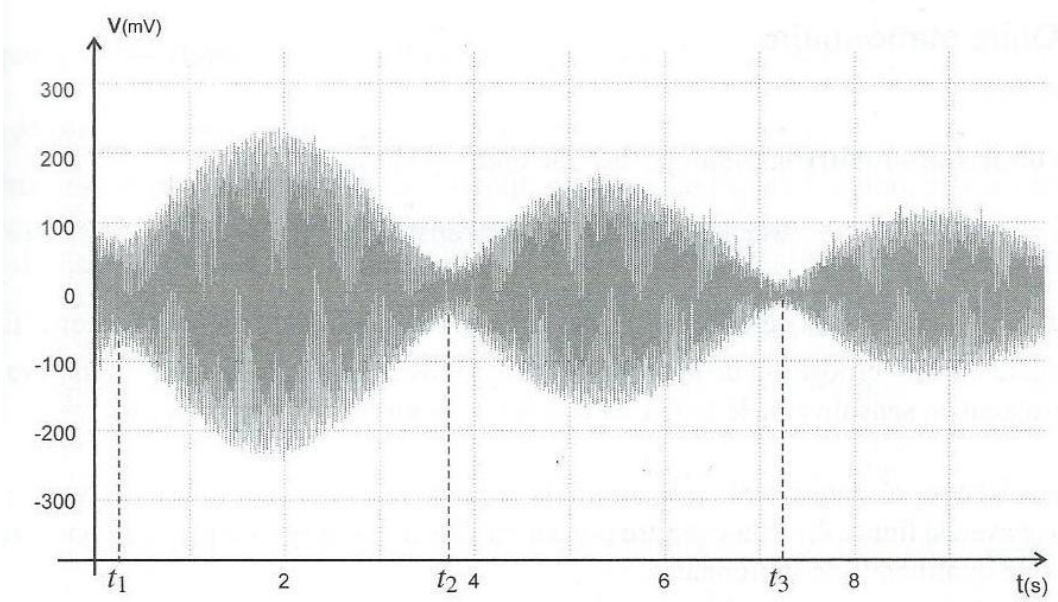
4) Exprimer le déphasage $\varphi(M)$ en fonction de δ. Déterminer les valeurs de δ pour lesquelles les interférences sont constructives en M, destructives en M.

5) Comment utiliser la représentation de Fresnel pour déterminer l'amplitude et la phase de l'onde résultante en M ? Montrer que l'amplitude résultante est donnée par $\left|2.a.\cos\frac{\varphi}{2}\right|$

6) Retrouver les conditions d'interférences constructives ou destructives en M à partir de cette relation. Interpréter les conditions obtenues à l'aide des vecteurs de Fresnel.

A.3 : Enregistrement du son émis par 2 diapasons

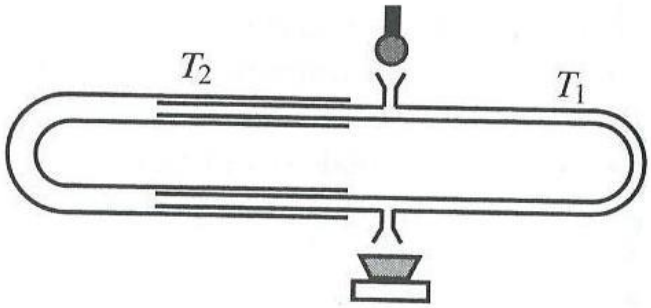
On frappe simultanément deux diapasons vibrant à une fréquence voisine de $f_0 = 264\,Hz$ correspondant à la note de musique do 3. On enregistre le signal reçu par un micro situé à égale distance des deux diapasons et on obtient le signal ci-contre :



1) Comment appelle-t-on ce phénomène ?
2) On mesure les instants pour lesquels l'amplitude est minimale : $t_1 = 0{,}26\ s$, $t_2 = 3{,}73\ s$ et $t_3 = 7{,}24\ s$. Déterminer la période de battement avec deux chiffres significatifs.
3) Calculer l'écart relatif de fréquence entre les deux diapasons. Que peut-on dire de l'écart de fréquence entre les deux diapasons ?

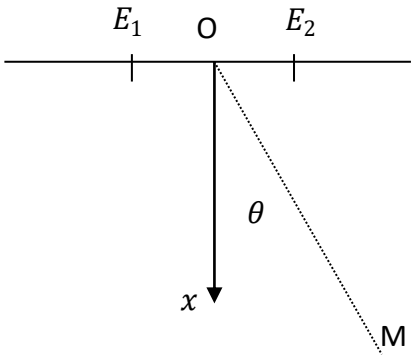
A.4 : Battements
1) Deux sources vibratoires ont même amplitude et des fréquences f_1 et f_2 voisines. En un point M où la différence de phase est φ, on écrit : : $u_1(M,t) = a.\cos(2.\pi.f_1.t)$ et $u_2(M,t) = a.\cos(2.\pi.f_2.t + \varphi)$
Quel est le mouvement résultant en M ? Tracer le graphe et donner la fréquence f_b des battements en fonction de f_1 et f_2. Commentaire.
2) Dans un orchestre, c'est le hautbois qui donne le La, comment fait le premier violon pour accorder son instrument ?

A.5 : Mesure de la vitesse du son
Le trombone de Koenig est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents.
Le haut-parleur, alimenté par un générateur de basses fréquences, émet un son de fréquence $f = 1500$ Hz.



On mesure le signal à la sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope. En déplaçant la partie mobile T_2 on fait varier l'amplitude du signal observé. Partant d'un maximum d'amplitude, on observe un nouveau maximum lorsqu'on déplace T_2 de $d = 11{,}6\ cm\ \pm 2\ mm$. Déterminer la valeur de la célérité du son dans l'air à 20° C, température à laquelle l'expérience est faite.

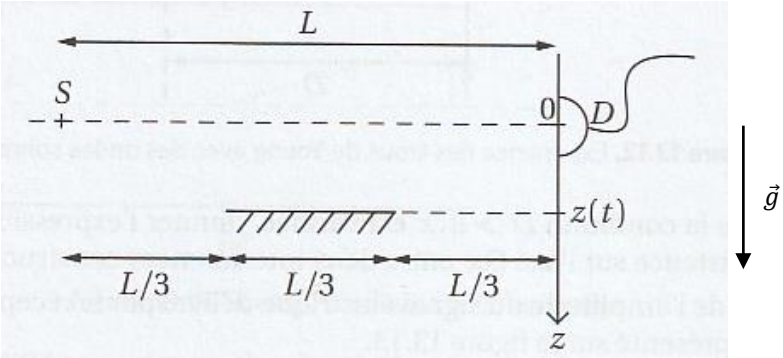
B.1 : Interprétation d'expériences d'interférences ultrasonores
Une expérience d'interférences d'ondes ultrasonores est réalisée, comme indiqué sur le schéma ci-contre.
La fréquence d'émission est égale à 40 kHz, ce qui correspond à une longueur d'onde $\lambda = 8{,}5\ mm$. Sauf dans la question 7, les sources E_1 et E_2 émettent des ondes acoustiques en phase.
On note O le point milieu du segment délimité par les émetteurs distants de $a = 4\ cm$, et Ox l'axe situé sur la médiatrice de ce segment.



On déplace le microphone sur un grand cercle de rayon $R = 0{,}5\ m$ et on relève l'évolution de l'amplitude mesurée en fonction de l'angle θ que fait la direction $\overrightarrow{OM}$ avec l'axe Ox.
1) Faire une figure faisant apparaitre les points O, E_1, E_2 et M pour un petit angle θ non nul, M étant situé du même côté de la bissectrice Ox que le point E_2.
2) Tracer l'arc de cercle de centre M passant par E_2, on note H son intersection avec la droite (E_1M). Que représente E_1H ?
3) Quelles sont, dans l'intervalle $[-30°, 30°]$, les valeurs de θ où on observe un maximum d'amplitude résultante ?
4) Sur l'intervalle d'étude précédente, quelles sont les positions où un minimum d'amplitude est attendu ?
5) Si les ondes reçues ont même amplitude, quelle valeur d'amplitude minimale est prévue par la théorie ?

6) Quels défauts peuvent expliquer un écart entre prévision et observation ?
7) Le dispositif permet d'inverser le signal émis par l'un des émetteurs (ce qui revient à le déphaser de π). Quel est l'état d'interférence sur l'axe Ox ? Quelles sont les positions des nouveaux points de maximum et de minimum d'amplitude ? Qu'advient-il si l'on inverse également l'autre signal ?

B.2 : Mesure du champ de pesanteur à l'aide d'un miroir de Lloyd
On dispose une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 650\ nm$ à une distance horizontale $L = 45{,}0\ cm$ d'un détecteur D. Initialement, un miroir de longueur $L/3 = 15{,}0\ cm$ positionné à égale distance de S et D se trouve en $z = 0$ (même côte que S et D). On lâche ce miroir à $t = 0$ sans vitesse initiale. Il ne subit que les effets de la pesanteur. La réflexion sur un miroir métallique s'accompagne d'un retard de phase égale à π. L'indice optique de l'air est supposé égal à 1,00.



1) Pour une position $z(t)$ du miroir, représenter les deux rayons qui interfèrent au point D de l'écran (l'un issu directement de S et l'autre ayant subi une réflexion sur le miroir).
2) Le rayon réfléchi par le miroir parcourt une plus grande distance que celui qui arrive directement en D. On note δ_D la différence de marche entre ces deux rayons. Quelle relation existe-t-il entre le déphasage $\varphi(t)$ et la différence de marche entre ces deux rayons au point D ?
3) Le rayon réfléchi subit un déphasage de π par réflexion sur le miroir. On rappelle que pour $\varepsilon \ll 1$, $\sqrt{1+\varepsilon} = 1 + \varepsilon/2$. En supposant que $L \gg z(t)$, montrer que la différence de marche s'écrit :

$$\delta_D = \frac{2.z^2(t)}{L} + \frac{\lambda}{2}$$

4) On note A l'amplitude de la vibration lumineuse émise par une source. On fait l'hypothèse que les deux rayons possèdent la même amplitude. L'amplitude de la vibration résultante en D est donnée par la formule des interférences :

$$A_D(t) = \sqrt{2.A^2 + 2.A^2.\cos\varphi(t)}$$

A quelle condition sur $\varphi(t)$ puis sur δ_D les interférences sont-elles constructives en D ? A quelle condition (sur $\varphi(t)$ puis sur δ_D) les interférences sont-elles destructives en D ?

L'intensité lumineuse en D vérifie la relation de Fresnel : $I_D(t) = 2.I_0.(1 + \cos\varphi(t))$.
5) Sachant que le miroir est en chute libre dans le champ de pesanteur, déterminer $z(t)$ puis exprimer $I_D(t)$ en fonction du temps. Quelle est l'intensité en D à $t = 0$? Commenter.
6) Déterminer l'expression de l'instant t_n auquel est observé le $n^{ième}$ maximum d'intensité en D.
7) On donne dans le tableau ci-dessous l'instant t_n auquel est observé le $n^{ième}$ maximum d'intensité par le détecteur D :

rang n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_n (en ms)	7,42	9,77	11,11	12,08	12,86	13,53	14,10	14,62	15,00

A l'aide du tableau de valeurs fourni, estimer la valeur de g. Décrivez précisément la méthode utilisée pour déterminer g. Quelles sont les sources éventuelles d'incertitudes ? Commenter.

B.3 : A propos des marées…

On appelle marée la variation temporelle du niveau des mers et des océans terrestres due à l'interaction gravitationnelle entre la Terre, la Lune et le Soleil. La marée est un phénomène complexe dont la modélisation nécessite une connaissance précise des paramètres orbitaux du système Terre-Lune-Soleil mais aussi des caractéristiques géométriques des bassins océaniques et maritimes.



Le but de cet exercice est d'étudier quelques caractéristiques de la marée dans le port de Brest à partir d'un enregistrement de la hauteur $h(t)$ en fonction du temps pour le mois de mai 2015 et de son spectre en amplitude (cf figure ci-dessous).

1) Quelle est la valeur moyenne de la hauteur d'eau dans le port de Brest ? Le signal est-il périodique ?

2) Quelle est la durée moyenne entre deux marées hautes successives (maxima locaux de $h(t)$) et la durée moyenne entre deux marées basses successives (minima locaux de $h(t)$). Ce résultat était-il prévisible à partir du spectre en amplitude ?

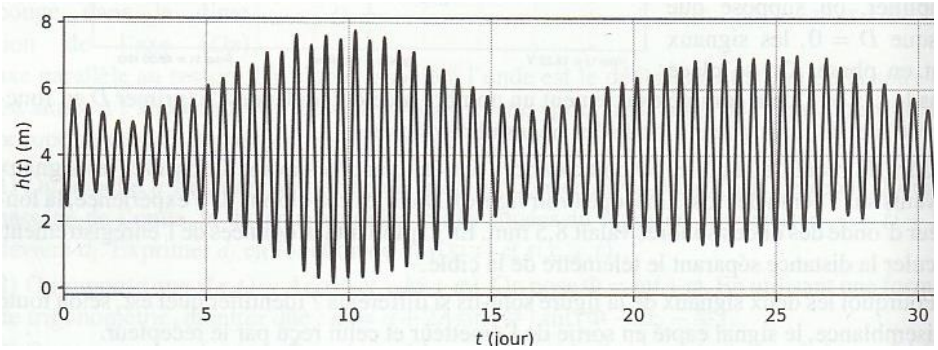
3) On observe des périodes dites de « vives-eaux » où l'écart entre une marée haute et une marée basse successives est maximal, et des périodes dites de « mortes-eaux » où l'écart entre une marée haute et une marée basse successives est minimal. Quelle est la durée entre deux « vives-eaux » successives ? Entre deux « mortes-eaux » successives ?

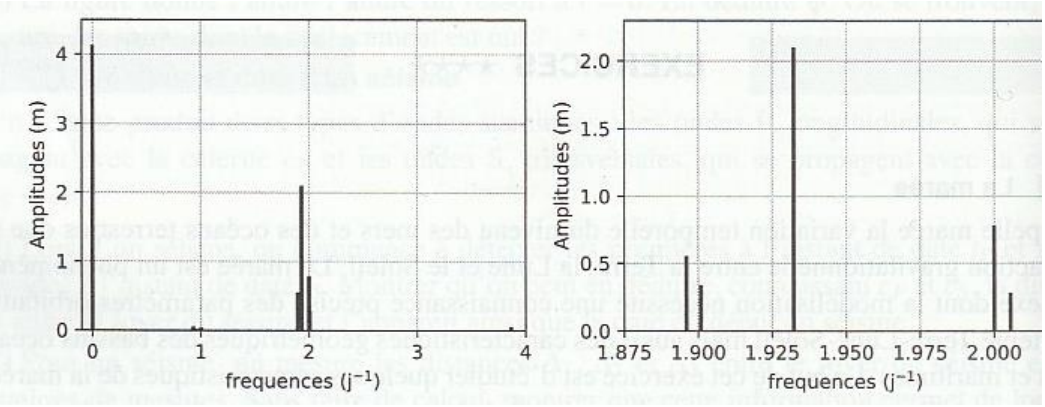
4) On modélise la variation de la hauteur d'eau en ne retenant que la composante continue et les deux composantes sinusoïdales les plus importantes, soit :

$$h(t) = A_0 + A_1.\cos(\omega_1.t + \varphi_1) + A_2.\cos(\omega_2.t + \varphi_2)$$

Donner les valeurs de ω_1 et ω_2. Préciser la période des deux composantes sinusoïdales.

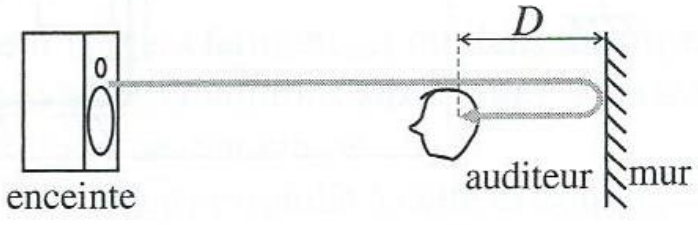
5) Ce modèle permet-il d'expliquer l'alternance de « vives-eaux » et de « mortes-eaux » ?





B.4 : Qualité des ondes sonores

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaine hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la figure : présence d'un mur à la distance D trop courte derrière l'auditeur.



1) Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur. On note $c = 342\ m.s^{-1}$ la célérité du son dans l'air.

-a-Exprimer le décalage temporel τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur : onde arrivant directement et onde réfléchie.

-b- En déduire le déphasage $\Delta\varphi$ de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence f. La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible.

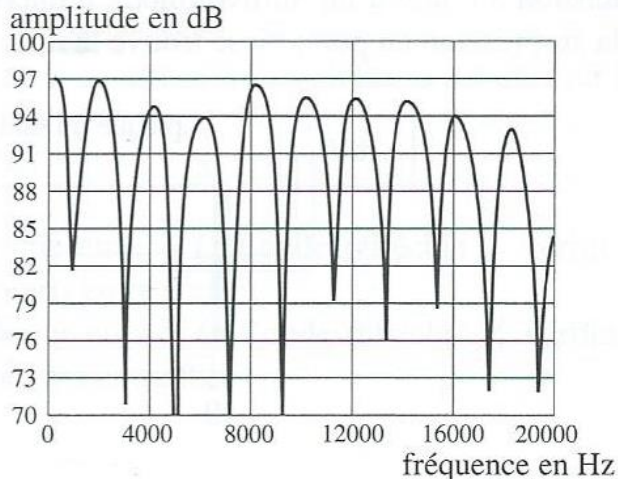
-c- Expliquer pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier n. Quelle condition devrait vérifier D pour qu'aucune de ces fréquences ne soit dans le domaine audible ? Est-elle réalisable ?

-d- Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur.

2) La figure ci-dessous donne le résultat d'une expérience dans laquelle on a placé un micro, sensible à la surpression, à une certaine distance D du mur, puis envoyé un signal de fréquence variable et d'amplitude constante A_0. La courbe, d'allure très caractéristique, est appelée "courbe en peigne". L'amplitude en décibels se définit par la relation :

$$A_{dB} = 20.log\frac{A}{A_{réf}}$$

où $A_{réf}$ est une amplitude de référence.

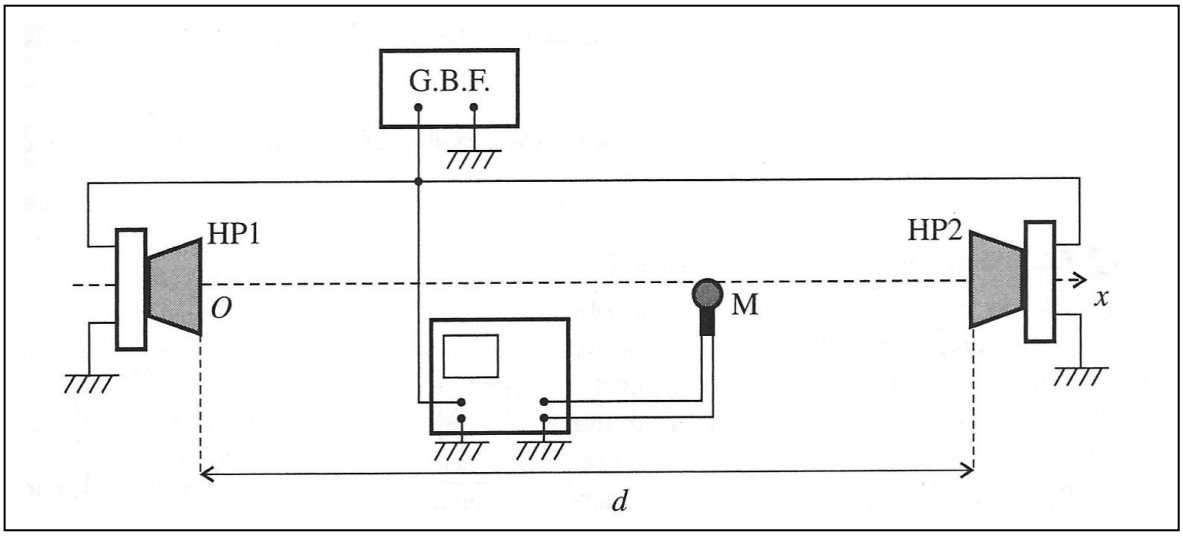


-a- Lorsqu'il y a superposition de deux ondes de même amplitude A_0, quelle est, en décibels, l'augmentation maximale de l'amplitude ? Que peut-on dire de $A_{0,dB}$ au vu de la courbe ?

-b- Calculer numériquement la distance D.

C.1 : Interférences de deux ondes sonores

On s'intéresse aux interférences d'ondes sonores produites par deux haut-parleurs identiques, $HP1$ et $HP2$, placés face à face, à distance d l'un de l'autre, et alimentés par la même tension sinusoïdale de fréquence $f = 1250\ Hz$. L'axe (Ox) passe par les centres des haut-parleurs ; le centre de $HP1$ est en $x = 0$ et le centre de $HP2$ en $x = d$. Un microphone M de petite dimension peut-être déplacé le long de (Ox).



On envoie sur un oscilloscope le signal du générateur alimentant les haut-parleurs et la tension u délivrée par le micro, le premier signal servant de source de déclenchement.

1) Lorsqu'on déplace le micro autour de la position médiane entre les haut-parleurs, soit $x = \frac{d}{2}$; on observe que :

- l'amplitude de la tension u varie et passe successivement par des maxima et minima quasiment nuls, l'écart entre deux positions successives pour lesquelles l'amplitude est minimale étant constant et valant : $e = 13{,}8\ cm$.
- La phase de la tension u est fixe entre deux points où l'amplitude s'annule et elle change de π quand on passe par un de ces points.

-a- Quel phénomène ces observations évoquent-elles ?

-b- Pour modéliser la situation on suppose que les surpressions acoustiques $p_1(x,t)$ et $p_2(x,t)$ont des amplitudes constantes le long de l'axe (Ox), toutes les deux égales à P_0 ; et qu'elles ont toutes les deux la même phase initiale φ au départ des haut-parleurs. Ecrire les expressions de $p_1(x,t)$ et $p_2(x,t)$ en fonction de P_0 , f , c célérité du son, φ, x et t.

-c- Obtenir une expression de la surpression $p(x,t)$ résultant de la superposition de ces ondes qui explique les observations ci-dessus.

-d- Calculer la vitesse du son dans les conditions de cette expérience.

2) Lorsqu'on éloigne le micro de la position médiane entre les haut-parleurs les observations sont différentes. L'amplitude de la tension u augmente et diminue périodiquement mais ne passe plus par zéro. Elle devient de plus en plus grande au fur et à mesure que le micro s'approche d'un haut-parleur. La phase initiale de u dépend de la position x du micro près de $HP1$, elle diminue avec x.

-a- Expliquer pourquoi on ne peut plus faire l'hypothèse que les ondes venant des deux haut-parleurs ont la même amplitude.

-b- Exprimer le déphasage $\Delta\varphi(x)$ entre ces deux ondes à l'abscisse x en fonction de d, c, f et x.

-c- En appelant A_1 et A_2 leurs amplitudes, exprimer l'amplitude $A(x)$ de l'onde résultante.

-d- Montrer que si on approche le micro près du haut-parleur $HP1$: $A(x) = A_1 + A_2.\cos(\Delta\varphi)$. On rappelle que : $\sqrt{1+\varepsilon} = 1 + \frac{\varepsilon}{2}$ pour $\varepsilon \ll 1$.

-e- En s'appuyant sur une représentation de Fresnel, expliquer pourquoi la phase initiale de u diminue avec x près de $HP1$.

Solutions : A.3: 1) On parle de battements 2) La période de battement est donnée par : $T_{bat.} = \frac{7,24-0,26}{2} = 3,5\ s$. 3) La fréquence de battement est donnée par $f_{bat.} = \frac{1}{T_{bat.}} = 0,29\ Hz = \Delta f$. L'écart relatif de fréquence est donc $\frac{\Delta f}{f_0} = 1,1.10^{-3}$. On vérifie que $\Delta f \ll f_0$: condition nécessaire pour observer des phénomènes de battement. **A.5 :** $c = 2.f.d = 345 \pm 6\ m.s^{-1}$ **B.1 :** 2) $E_1H = \delta = a.sin\theta$; $\varphi = \frac{2.\pi.\delta}{\lambda} = 2.\pi.a\left(\frac{\sin\theta}{\lambda}\right)$ 3) $\theta = 0$, $\theta = \pm 12°$ et $\pm 25°$ 4) Minimum d'amplitude en $\pm 6°$ et $\pm 19°$ 5) Amplitude minimale nulle 7) Un déphase de π revient à inverser les lieux de max et de min. Si on déphase chaque signal de π, pas d'effets sur la figure d'interférence. **C.1** 1)-a- Phénomène d'ondes stationnaires 1)-b- Compte tenue des données : $p_1(x,t) = P_0.\cos\left(2.\pi.f\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi\right)$. Avec $p_2(x,t) = P_0.\cos(\omega.t + k.x + \varphi')$, $p_1(0,t) = p_2(d,t)$ donc $\varphi' = \varphi - k.d$ et $p_2(x,t) = P_0.\cos\left(2.\pi.f\left(t+\frac{x}{c}-\frac{d}{c}\right)+\varphi\right)$1)-c- Surpression résultante : $p(x,t) = p_1(x,t) + p_2(x,t)$.En explicitant : $p(x,t) = P_0.\left(\cos\left(2.\pi.f\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi\right) + \cos\left(2.\pi.f\left(t+\frac{x}{c}-\frac{d}{c}\right)+\varphi\right)\right)$. Avec :$\cos p + \cos q = 2.\cos\left(\frac{p+q}{2}\right).\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$ En utilisant cette formule, on établit que : $p(x,t) = 2.P_0.\cos\left(2.\pi.f.t - \frac{\pi.f.d}{c}+\varphi\right).\cos\left(\frac{2.\pi.f.x}{c}-\frac{\pi.f.d}{c}\right)$: ondes stationnaires 1)-d- Surpression maximale pour $\left|\cos\left(\frac{2.\pi.f.x}{c}-\frac{\pi.f.d}{c}\right)\right| = 1$ soit $\frac{2.\pi.f.x_p}{c} - \frac{\pi.f.d}{c} = p.\pi$ avec p entier relatif. $x_{p+1} - x_p = \frac{\pi.c}{2.\pi.f}$ Entre deux minima (ou maxima), l'écartement est e : $\frac{c}{2.f} = e$ et $c = 2.e.f$. A.N. : $c = 345\ m.s^{-1}$ 2)-a- 2)-b- Le déphasage $\Delta\varphi(x)$ entre les deux ondes en x est : $\Delta\varphi(x) = \varphi_2(x) - \varphi_1(x) = \left(2.\pi.f\left(\frac{x}{c}-\frac{d}{c}\right)+\varphi\right) + 2.\pi.f\left(\frac{x}{c}\right)+\varphi$ soit $\Delta\varphi(x) = \frac{2.\pi.f}{c}(2.x-d)$ 2)-c- $A = \sqrt{{A_1}^2 + {A_2}^2 + 2.A_1.A_2.\cos\Delta\varphi(x)}$ 2)-d- En faisant l'hypothèse qu'à proximité de $HP1$, $A_2 \ll A_1$, en factorisant A_1 : $A = A_1.\left(1 + 2.\frac{A_2}{A_1}\cos\Delta\varphi(x) + \frac{{A_2}^2}{{A_1}^2}\right)^{\frac{1}{2}}$. En négligeant le terme $\frac{{A_2}^2}{{A_1}^2}$ devant les autres termes de l'égalité : $A = A_1.\left(1 + \frac{A_2}{A_1}\cos\Delta\varphi(x)\right)$ 2)-e- En négligeant l'onde issue de $HP2$ devant celle issue de $HP1$: $\varphi(x) = \varphi_1(x) = -k.x + \varphi$ donc $\varphi(x)$ diminue quand x augmente.