



# Etude Fonctionnelle et Structurale d'un système

TP

## Axe linéaire Control'X

### 1. Présentation

Le robot « Control'X » est un robot « un axe » car il ne permet qu'un mouvement : la translation de son chariot dans une seule direction. Ce genre de sous-système est très fréquent dans l'industrie où de nombreux robots disposent de plusieurs axes de translation. Chaque axe peut être réalisé de la même manière que celui du Control'X.

### 2. Objectifs

Pour le Control'X, on s'intéressera aux asservissements qui permettent de positionner le chariot à une position de consigne renseignée par l'opérateur.

Les objectifs de ce TP sont les suivants :

1. Identifier les différents éléments de la chaîne fonctionnelle du système
2. Etudier le fonctionnement de certains capteurs en particulier

### 3. Méthode de travail et évaluation

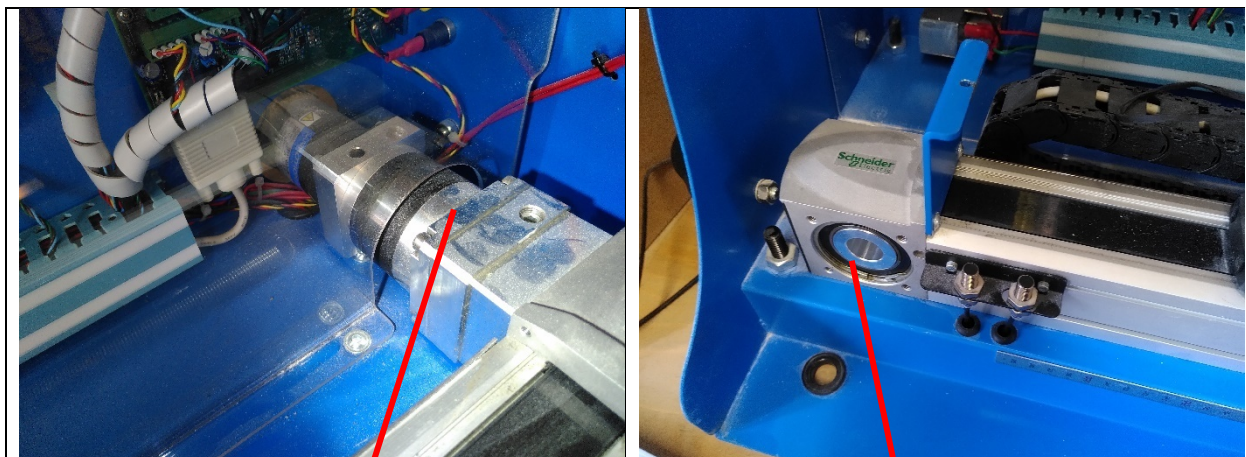
Travail à réaliser en binôme.

Le travail sera évalué à partir des réponses retranscrites sur la copie et des observations faites par le professeur pendant la séance.

### 4. Travail demandé

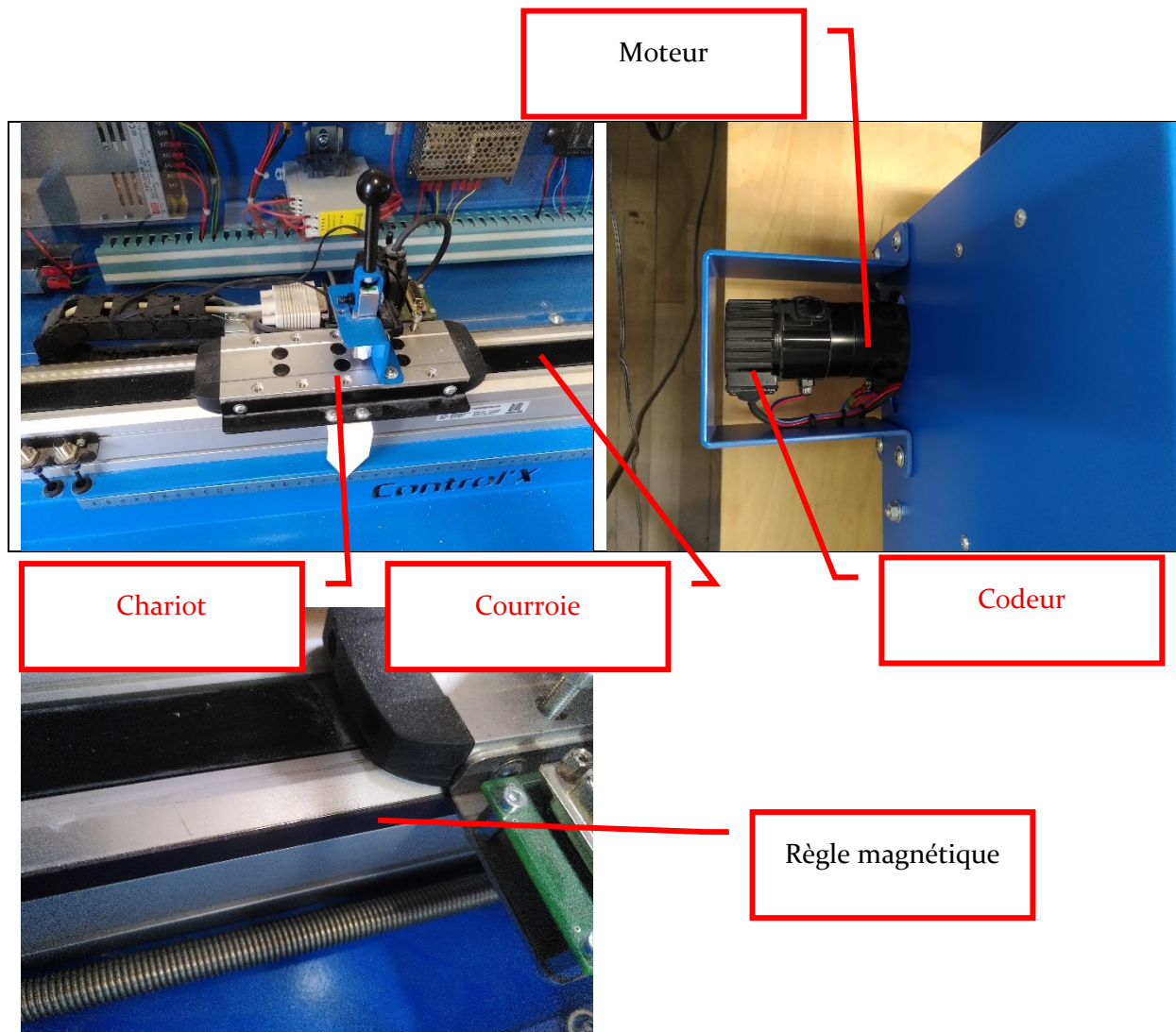
#### 4.1. ETUDE DE LA CHAÎNE FONCTIONNELLE

**Q1/** Avec les visuels ci-dessous, associer un numéro au moteur, au réducteur de vitesse, à la poulie (ou pignon), au codeur incrémental, à la courroie et au chariot.



Réducteur

Poulie

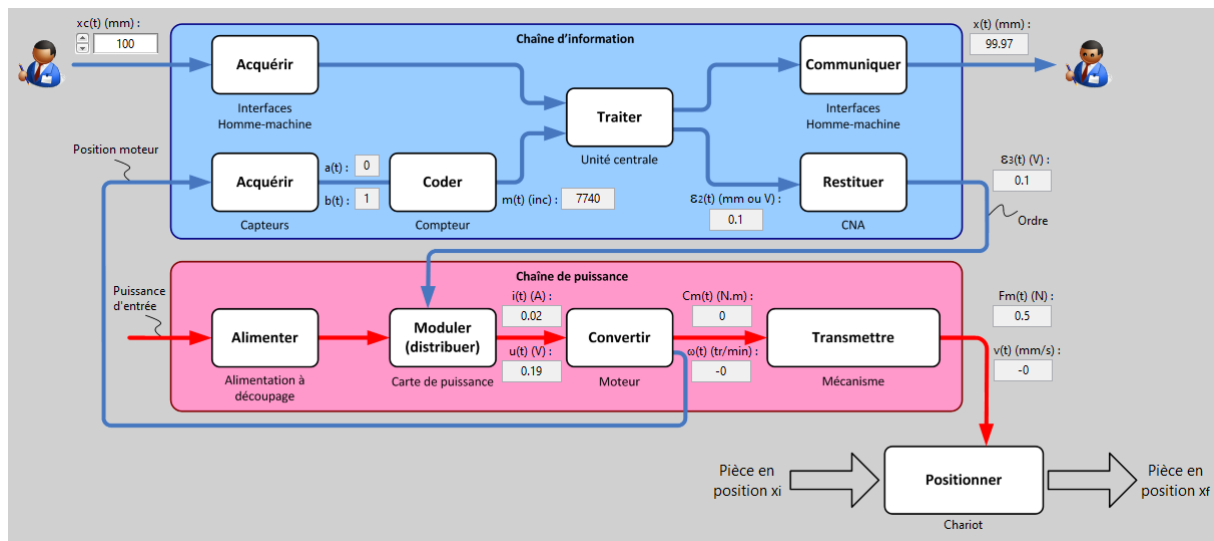


**Q2/** Recopier sur votre copie le tableau suivant et placer correctement la « poulie », le « réducteur », la « règle magnétique », le « moteur », le « chariot », la « courroie » et le « codeur incrémental » au sein des familles ci-dessous (un élément peut être présent dans plusieurs fonctions).

|                                |                                                  |
|--------------------------------|--------------------------------------------------|
| Capteur : <b>Codeur, règle</b> | Pré-Actionneur : calculateur (hacheur)           |
| Actionneur : <b>MCC</b>        | Transmetteur : <b>Réducteur, Poulie-courroie</b> |
| Effecteur : <b>Chariot</b>     | Alimentation : Réseau EDF                        |

On peut noter que le calculateur assure également la fonction TRAITER de la chaîne d'information. Une IHM est aussi présente.

**Q3/** En utilisant les éléments précédents, tracer la chaîne fonctionnelle du système.



On s'intéresse dans la suite aux systèmes de transmission de puissance et aux capteurs.

#### 4.2. TRANSMISSION DE PUISSANCE

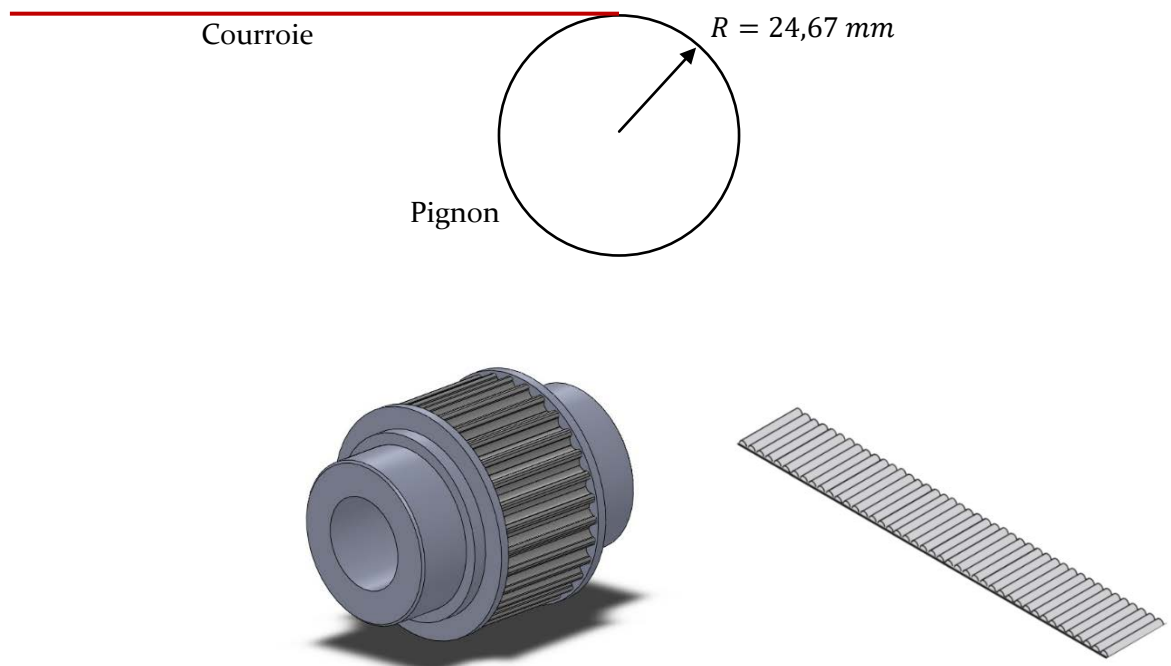
Le moteur à courant continu (MCC) est associé à un réducteur pour former l'ensemble motoréducteur. Le réducteur est caractérisé par un rapport de transmission  $k = \frac{1}{3}$ . C'est-à-dire que la vitesse de rotation  $\omega_r$  de l'arbre de sortie du réducteur correspond à la vitesse de rotation  $\omega_m$  de l'arbre d'entrée du réducteur (relié à l'arbre moteur) divisée par 3.

$$\text{On écrit } k = \frac{\omega_r(t)}{\omega_m(t)} = \frac{\text{Vitesse en sortie}}{\text{Vitesse en entrée}} = \frac{1}{3}$$



Le mouvement de rotation en sortie du réducteur est transmis à un pignon qui entraine une courroie pour finalement transmettre le mouvement au chariot du Control'X. L'ensemble pignon-courroie est lui aussi caractérisé par un rapport de transmission qu'on se propose de déterminer.

Le comportement du système pignon-courroie est équivalent à une roue dont le rayon correspond au rayon primitif du pignon (voir ci-dessous) qui permet de faire défiler la courroie (principe d'un enrouleur)



Dans la question suivante, on utilise la position angulaire de l'arbre de sortie du réducteur paramétrée par  $\theta_r(t)$  avec  $\omega_r(t) = \frac{d\theta_r(t)}{dt}$

**Q4/** Donner le déplacement de la courroie en mètre si le pignon effectue un tour. Qu'en est-il pour un radian ? En déduire le rapport de transmission du système pignon-courroie défini par  $i_{pc} = \frac{x(t)}{\theta_r(t)} = \frac{\text{déplacement courroie en m}}{\text{rotation pignon en rad}}$  en fonction de  $R$ , en  $\text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ .

Déplacement de  $R = 24,67 \text{ mm}$

$$i_{pc} = R = 2,467 \cdot 10^{-2} \text{ m/rad}$$

$$x(t) = R \cdot \theta(t)$$

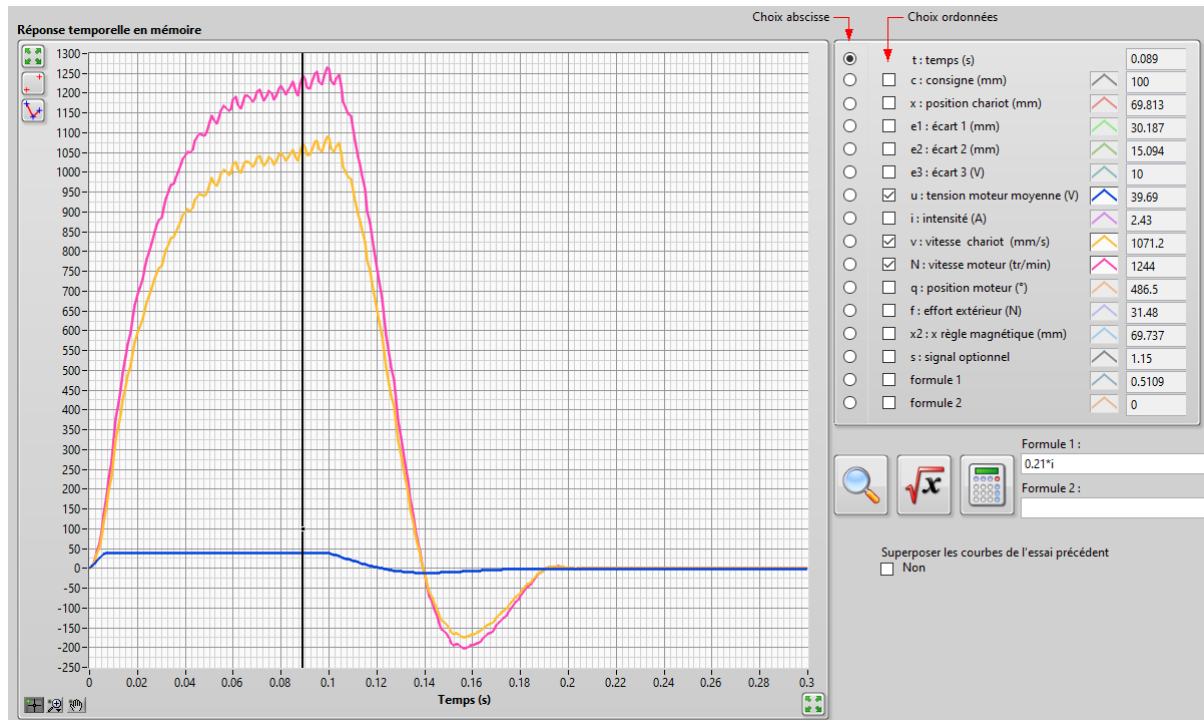
On pose la vitesse du chariot  $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

**Q5/** En déduire le rapport de transmission global  $i_G = \frac{v(t)}{\omega_m(t)}$  de la chaîne d'action qui permet de passer de la vitesse de rotation du moteur à la vitesse linéaire du chariot en fonction de  $k$  et  $R$ . Donner l'unité de  $i_G$ .

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(R \cdot \theta(t)) = R \cdot \dot{\theta}_{\text{poulie}}(t) = R \cdot k \cdot \dot{\theta}_{\text{moteur}}(t) = R \cdot k \cdot \omega_{\text{moteur}}(t)$$

$$i_G = k \cdot i_{pc} = k \cdot R = 8,22 \cdot 10^{-3} \text{ en m/rad}$$

Il est possible de retrouver cette valeur expérimentalement avec un essai en position sur le système réel. En mesurant les grandeurs au cours du déplacement du chariot, on obtient les courbes suivantes pour la vitesse de rotation du moteur et la vitesse linéaire du chariot.



Q6/ A partir des valeurs relevées, retrouver la valeur de  $i_G$  précédente.

$$i_G = \frac{v}{N} = \frac{1071 \cdot 10^{-3}}{1244 \cdot \frac{2\pi}{60}} = 8,23 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Q7/ La course utile (longueur sur laquelle peut se déplacer le chariot) du Control'X étant de 300 mm, déterminer le nombre de tours que doit effectuer l'arbre moteur pour que le chariot parcoure la totalité de sa course ?

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = R \cdot k \cdot \dot{\theta}_{\text{moteur}}(t) = R \cdot k \cdot \omega_{\text{moteur}}(t)$$

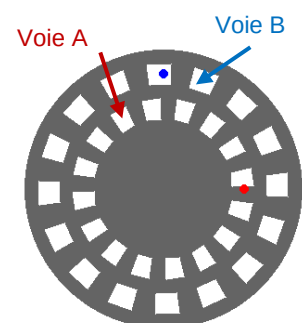
$$\Leftrightarrow x(t) = R \cdot k \cdot \theta_{\text{moteur}}(t)$$

$$\text{rotation moteur} = \frac{\text{déplacement}}{i_G} = \frac{300 \cdot 10^{-3}}{8,23 \cdot 10^{-3}} = \frac{300}{8,23} = 36,45 \text{ rd} = \frac{36,45}{2\pi} = 5.80 \text{ tours}$$

#### 4.3. ACQUISITION DE LA POSITION ANGULAIRE

Le capteur utilisé pour calculer en temps réel la position angulaire  $\theta_m$  et la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_m$  de l'arbre moteur est un codeur incrémental optique (il existe également des codeurs incrémentaux magnétiques), composé des éléments suivants :

- Un disque fendu (voir ci-contre) qui peut comporter plusieurs voies (ici deux voies A et B) et plusieurs fentes par voie (16 pour l'illustration ci-contre).
- Pour chaque voie, une photodiode (points bleu et rouge ci-contre).
- Pour chaque photodiode, un récepteur ; la photodiode et le récepteur étant placés de part et d'autre du disque fendu.



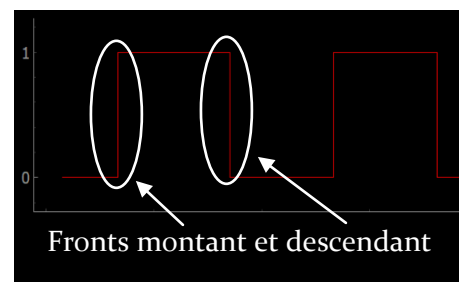
Principe de fonctionnement : le disque fendu est solidaire d'un arbre tournant (souvent l'arbre du moteur) alors que les photodiodes et récepteurs sont attachés à une partie fixe. La rotation de l'arbre entraîne le disque et les fentes défilent alors devant les photodiodes, laissant passer ou non le signal lumineux.



Ainsi, un codeur incrémental, comme la plupart des capteurs, n'acquiert pas directement la grandeur physique recherchée ; dans notre cas, une position et/ou une vitesse angulaire. C'est le passage ou non d'un signal lumineux qui est détecté et qui permet ensuite de calculer une position et/ou une vitesse.

Une vidéo située dans le dossier « Analyse fonctionnelle » permet de visualiser le principe de fonctionnement du codeur incrémental. Observer sur la vidéo la rotation du disque et l'évolution des signaux des voies A et B.

Le microprocesseur utilisé pour le calcul de la position angulaire permet de compter les nombres de fronts montants et descendants de chaque signal (voir ci-contre). On appelle l'occurrence de chaque front une impulsion. On compte donc deux impulsions lors du passage d'une fente devant une photodiode.



**Q8/** Au vu du principe de fonctionnement du codeur incrémental, justifier la nécessité d'initialiser le Control'X à une position de référence avant toute manipulation.

**C'est un codeur relatif**

**Q9/** Sachant que le codeur du Control'X dispose de deux voies et 1000 fentes par voie, donner le nombre d'impulsions compté lorsque l'arbre moteur parcourt un radian. Calculer la résolution angulaire du codeur en degré (plus petit angle de rotation détectable).

$$\frac{4000}{2\pi} \text{ impulsions par rad, résolution} = \frac{360}{4000} = 0,09 \text{ deg}$$

**Q10/** En remarquant que les signaux issus des voies A et B sont déphasés d'un quart de période, donner une raison qui justifie la présence de deux voies plutôt que d'une seule sur le disque fendu du codeur optique (autre l'augmentation de la résolution angulaire).

**Détection du sens de rotation**

**Q11/** En vous appuyant sur les caractéristiques du codeur et sur les rapports de transmission calculés précédemment, donner le nombre d'impulsions comptées lorsque le chariot parcourt un millimètre. En déduire le plus petit déplacement du chariot détectable par le capteur, en millimètre. Justifier alors que le capteur soit situé sur l'arbre moteur et non en sortie du réducteur.

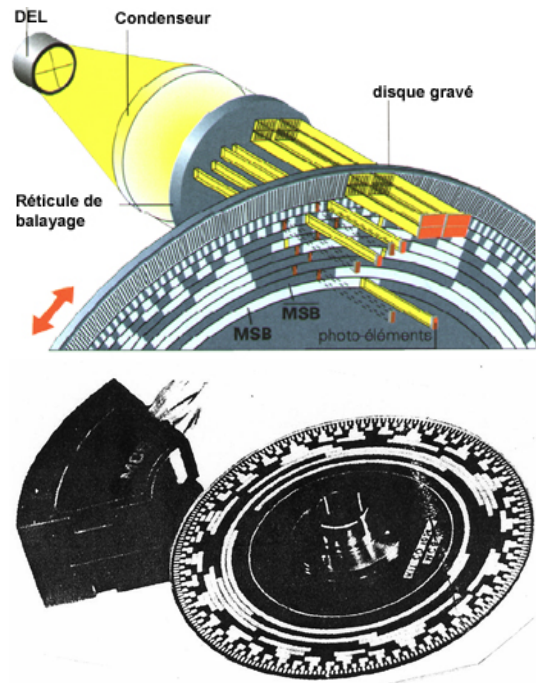
$$\Delta x = 1 \text{ mm} \rightarrow \Delta \theta = \frac{1}{i_G} = 0,12 \text{ rad} \text{ on a donc } 0,12 \cdot \frac{4000}{2\pi} = 76 \text{ impulsions, plus petit déplacement détectable } \Delta x = \frac{2\pi \cdot i_G}{4000} = 12,9 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\text{En sortie du réducteur on aurait } \Delta x = \frac{2\pi \cdot 24,67 \cdot 10^{-3}}{4000} = 38,7 \text{ } \mu\text{m}$$

#### 4.4. ETUDE D'UNE SOLUTION DE CAPTEUR ALTERNATIVE

Une autre solution permettant de mesurer une position et une vitesse angulaire est celle du codeur absolu. Comme le codeur incrémental, il est composé d'un disque lié à un arbre tournant et de couples diodes-récepteurs fixes. En revanche, ce codeur peut disposer de  $n$  voies, la  $i$ -ème voie comportant  $2^{i-1}$  fentes. L'intérêt est de réaliser des combinaisons uniques pour lesquelles certains récepteurs captent un signal lumineux et d'autres non. Grâce à un code binaire particulier appelé code Gray, on obtient un nombre correspondant à la position angulaire du disque.

Visualiser la vidéo « codeur absolu » située dans le dossier « Analyse fonctionnelle » et observer le fonctionnement du codeur.



**Q12/** Pour un disque comportant  $n$  voies, quel est le nombre de positions codables par le capteur ? Quelle est alors la résolution angulaire ? Calculer le nombre de voies nécessaire afin d'au moins égaler la résolution angulaire du codeur relatif de la partie précédente.

**2<sup>n</sup> positions codables.** Pour avoir une résolution de 0,09 deg, il faut  $360/0,09 = 4000$  positions codées.  $2^n = 4000 \leftrightarrow n = \log_2 4000 = 11,97$

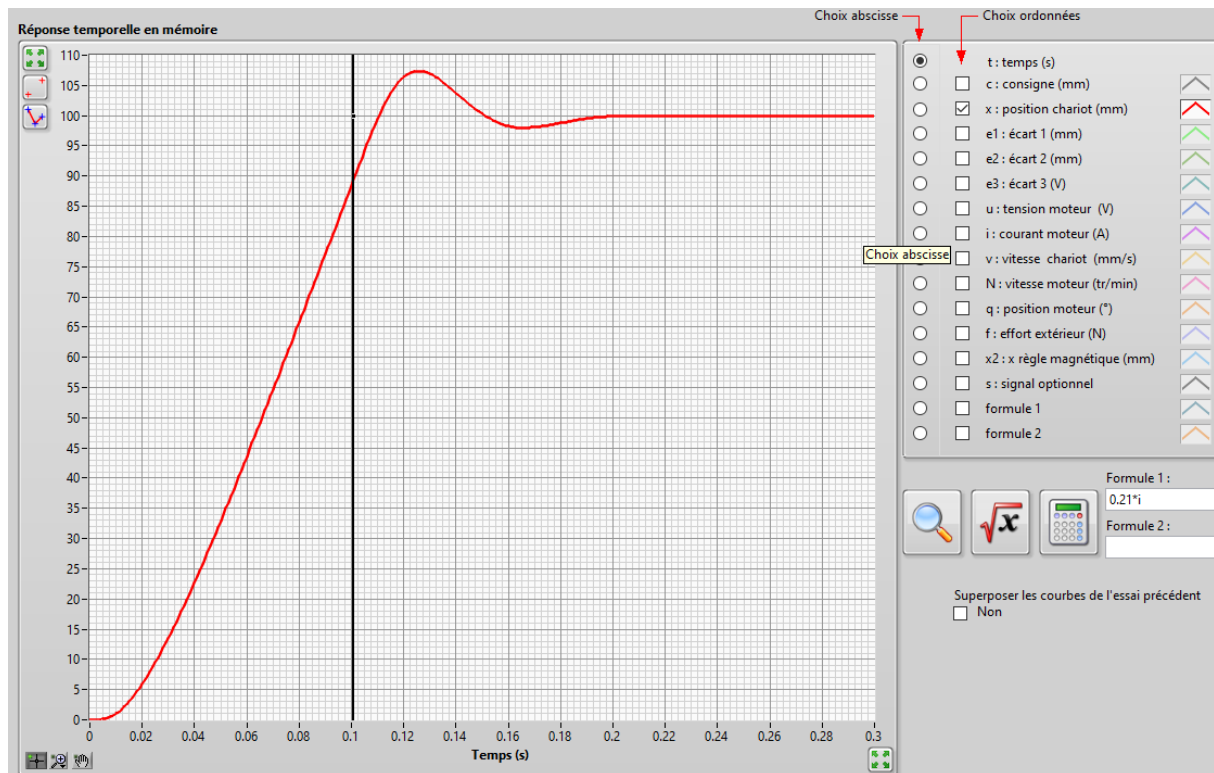
**Il faut 12 voies**

**Q13/** Justifier si un codeur absolu serait utilisable dans le cas du Control'X et indiquer s'il comporte ou non des avantages par rapport au codeur incrémental. Vaut-il mieux le placer sur l'arbre moteur ou sur l'arbre lié à la poulie qui entraîne la courroie ?

**Un codeur à 12 voies est utilisable et il a l'avantage d'être absolu et de ne pas nécessiter de prise d'origine. Il doit être placé sur l'arbre moteur comme le codeur incrémental.**

#### 4.5. INTERPRETATION DES PERFORMANCES DU SYSTEME

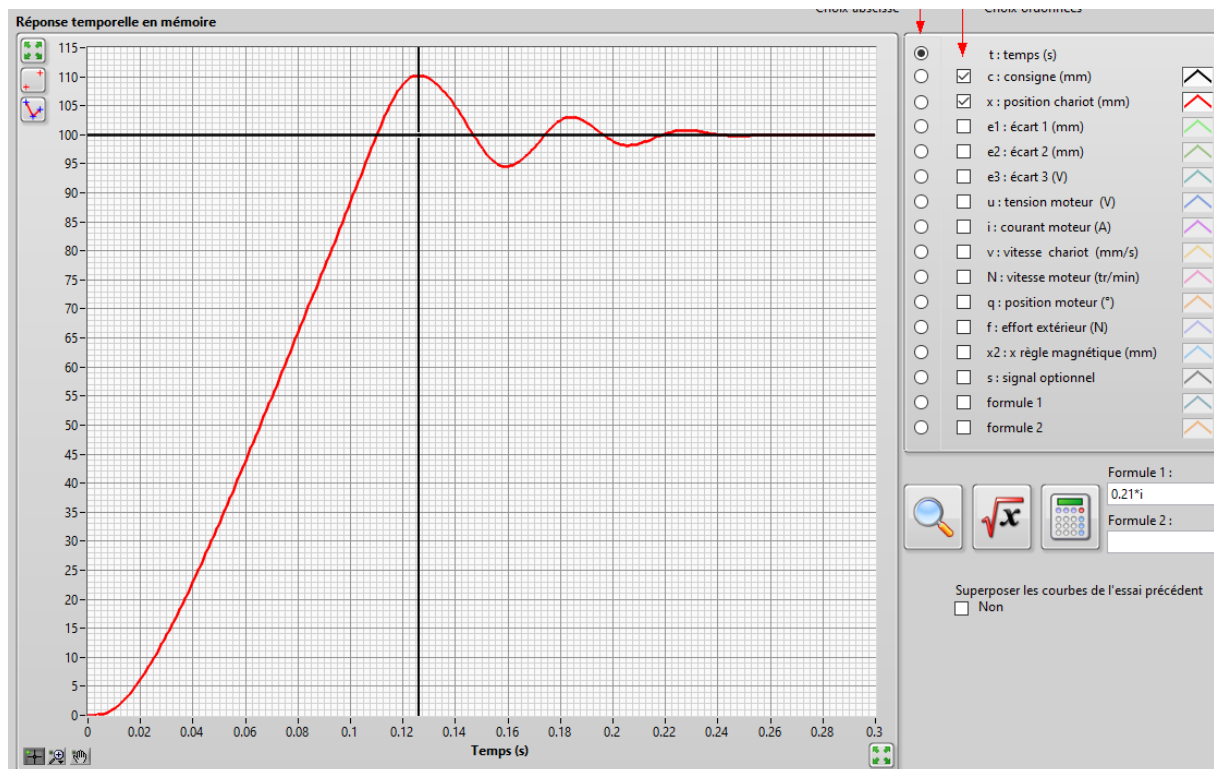
On impose un échelon de déplacement de 100mm du chariot. Les différentes mesures effectuées durant ce mouvement permettent d'établir plusieurs courbes. Le tracé de la réponse temporelle du déplacement du chariot, avec un gain de valeur unité au niveau du correcteur, conduit à la courbe suivante :



On peut caractériser la réponse en termes de performance à l'aide de différents critères.

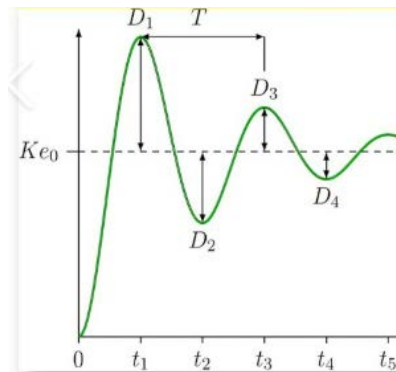
**Définition de la stabilité :** un système est dit **stable** si la réponse à une consigne en échelon, tend vers une valeur finie. Si l'on augmente le gain, la réponse présente des oscillations (appelées dépassement). Si l'on augmente encore le gain, la réponse peut diverger.

Le tracé de la réponse temporelle, avec un gain de valeur 3 au niveau du correcteur, conduit à la courbe suivante :



L'étude des dépassements est essentielle pour caractériser la stabilité. En effet, les dépassements peuvent nuire au bon fonctionnement du système (risque de collision pour un asservissement de position, risque de surtension pour un asservissement en tension, etc.). Le premier dépassement relatif est exprimé en pourcentage par rapport à la valeur finale. Pour la courbe obtenue avec un gain unité, le premier dépassement est de 5%.

S'il y a plusieurs dépassements, on les numérote (impair si la sortie dépasse la valeur finale, pair si la sortie est inférieure à la valeur finale).



**Q14/** Relever la valeur en pourcentage des 4 premiers dépassements pour la courbe obtenue avec un gain égal à 3.

Par lecture :

$V_f = 100 \text{ mm}$

$$1^{\text{er}} \text{ pic} : x_{1^{\text{er}} \text{ pic}} = 110 \text{ mm} \text{ alors } D_{1\%} = \frac{110 - 100}{100} = 10\%$$

$$2^{\text{ème}} \text{ pic} : x_{2^{\text{ème}} \text{ pic}} = 94 \text{ mm} \text{ alors } D_{2\%} = \frac{94 - 100}{100} = -6\%$$

$$3^{\text{ème}} \text{ pic} : x_{3^{\text{ème}} \text{ pic}} = 103 \text{ mm} \text{ alors } D_{3\%} = \frac{103 - 100}{100} = 3\%$$

$$4^{\text{ème}} \text{ pic} : x_{4^{\text{ème}} \text{ pic}} = 98 \text{ mm} \text{ alors } D_{4\%} = \frac{98 - 100}{100} = -2\%$$

**Définition de la précision** : un système est dit précis si la réponse à une consigne en échelon, tend vers la valeur de consigne.

On observe ici que le système est précis avec le gain unitaire car la sortie converge vers la valeur de la consigne à savoir les 100 mm fixé en entrée.

**Définition de la rapidité** : Un système est dit rapide s'il converge en un temps court au regard de son contexte d'utilisation. La rapidité d'un système est généralement caractérisée par son temps de réponse à 5%, noté  $t_{r,5\%}$ . Cette mesure est généralement réalisée pour une entrée de type échelon.

La rapidité de réponse dépend du système considéré. Par exemple, pour un circuit électronique, le temps de réponse est de l'ordre de la milliseconde, tandis que pour le chauffage d'un four domestique, il est de l'ordre de plusieurs minutes. Dans le cas d'un four de cimenterie, le temps de réponse peut atteindre plusieurs heures.

Le **temps de réponse à 5%** (noté  $t_{r,5\%}$ ) est la durée nécessaire pour qu'un signal de sortie entre dans la bande de  $\pm 5\%$  autour de sa valeur finale et n'en sorte plus.

**Q15/** Pour les deux réponses temporelles fournies, identifier le temps de réponse à 5%.

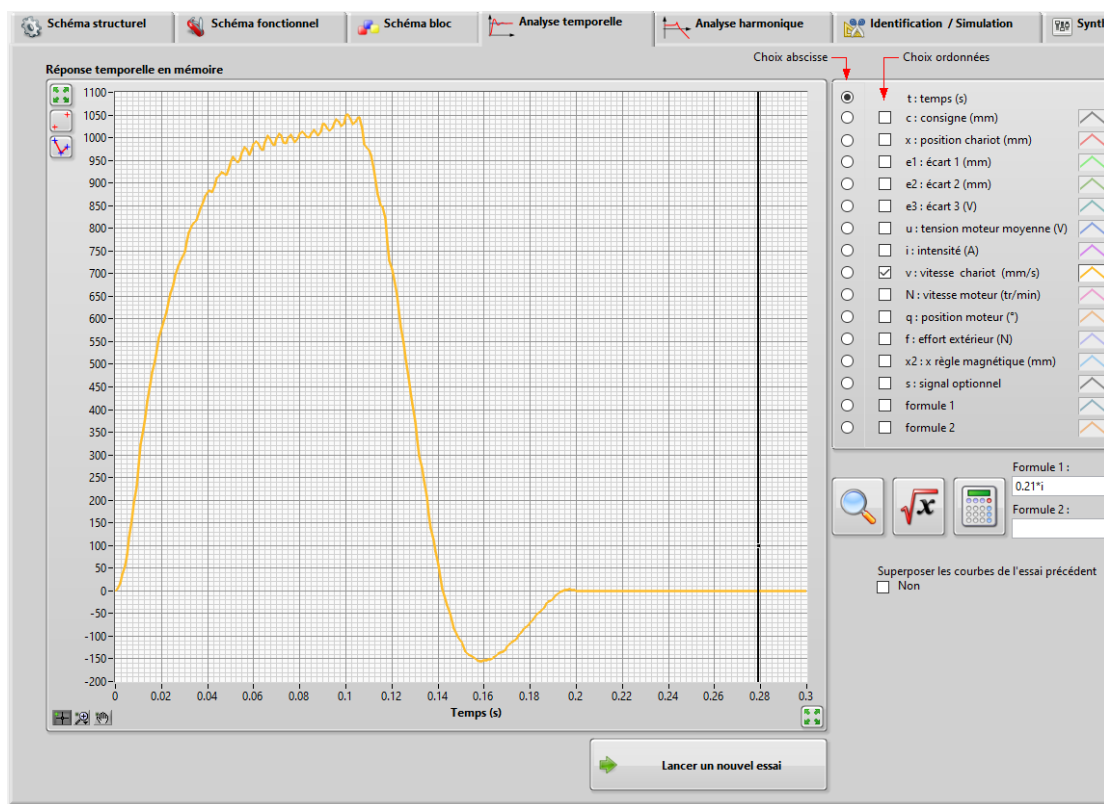
Par lecture :

Pour le cas,  $K=1$  :  $t_{r,5\%} = 0,13s = 130ms$

Pour le cas,  $K=3$ ,  $t_{r,5\%} = 0,16s = 160ms$

Pour la suite, on va exploiter les possibilités de l'interface graphique de tracé de courbes pour valider les résultats précédemment obtenus.

Lors de la consigne de déplacement en échelon d'amplitude de 100mm du chariot, le tracé de la réponse temporelle de la vitesse du chariot, avec un gain de valeur unité au niveau du correcteur, conduit à la courbe suivante :



**Q16/** En déduire la vitesse maximale de rotation du moteur en tr/min.

Par lecture :

$$V_{max} = 1180 \text{ mm/s}$$

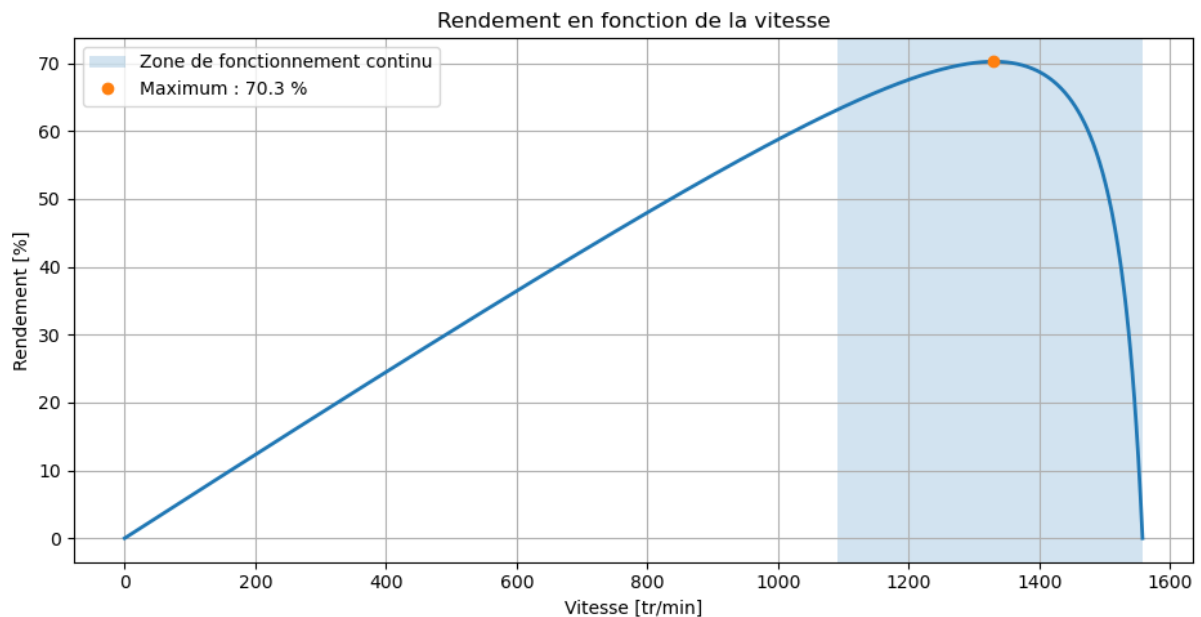
**Q17/** Déterminer pour ce déplacement de 100mm, l'amplitude angulaire de rotation du moteur [en degré].

Déplacement de 100mm, alors d'après la question 5,  $\Delta\theta = \frac{\Delta x}{i_G} = 12.2 \text{ rad} = 697^\circ$

**Q18/** Se déplacer dans le calme, pour se rendre sur l'un des deux systèmes pour vérifier le résultat des deux dernières questions.

#### 4.6. NOTION DE RENDEMENT

On donne ci-dessous la courbe donnant le rendement du moteur en fonction de sa vitesse de rotation pour une alimentation de 39 V.



**Q19/** En exploitant la courbe et les mesures expérimentales précédentes, justifier la valeur du rapport de transmission global le rapport de transmission global  $i_G = \frac{v(t)}{\omega_m(t)}$  trouvé précédemment.

On voit que le déplacement du chariot se fait avec une vitesse moteur de l'ordre de 1250 tr/min. Cela est dû à la valeur de  $i_G$  qui lie ces deux vitesses. On voit que le choix de  $i_G$  a été fait pour que lorsque le chariot se déplace à environ 1 m/s le moteur tourne à 1250 tr/min ce qui correspond à son pic d'efficacité.