NOM :

PRENOM :

Note sur 5 :

**Question 1** ( /2pts).
Énoncer le théorème de la division euclidienne.

Soient $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$, alors il existe un unique $(q, r) \in \mathbb{Z}^2$ tel que $\begin{cases} a = bq + r \\ \text{et } 0 \leqslant r < b \end{cases}$

**Question 2** ( /1,5pt).

Si $n = 2^5 \times 3^7 \times 7^2$ et $m = 2^3 \times 5^2 \times 7$, donner sans justifier les valeurs de $PGCD(n, m)$ et $PPCM(n, m)$ sous forme de produits de facteurs premiers.

$PGCD(n,m) = 2^3 \times 7$ et $PPCM(n,m) = 2^5 \times 3^7 \times 5^2 \times 7^2$

**Question 3** ( /1,5pt).
La propriété suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
Soient $a, b, c \in \mathbb{Z}$, si $a|b$ et $a|c$ alors $a^2|bc$.

Vrai. Comme $a|b$ il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $b = ka$ ; et comme $a|c$ il existe $k' \in \mathbb{Z}$ tel que $c = k'a$.

Dès lors, $bc = ka \times k'a = kk' \times a^2$ avec $kk' \in \mathbb{Z}$

donc $a^2 | bc$.

NOM :

PRENOM :

Note sur 5 :

**Question 1** ( /2pts).
Qu'appelle-t-on décomposition d'un entier $n \in \mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ en produit de facteurs premiers ?

Si $n \in \mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ alors il existe $r \in \mathbb{N}^*$ et $p_1, p_2, \dots, p_r$ des nombres premiers, et $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r \in \mathbb{N}^*$ tels que

$$n = \prod_{i=1}^{r} p_i^{\alpha_i}$$

De plus, cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près.

**Question 2** ( /1,5pt).

Si $n = 2^7 \times 5^3 \times 7^2$ et $m = 2^5 \times 3^2 \times 7$, donner sans justifier les valeurs de $PGCD(n,m)$ et $PPCM(n,m)$ sous forme de produits de facteurs premiers.

$PGCD(n,m) = 2^5 \times 7$ et $PPCM(n,m) = 2^7 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2$

**Question 3** ( /1,5pt).
La propriété suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
Soient $a, b, c \in \mathbb{Z}$, si $a|b$ et $c|b$ alors $a + c|b$.

Faux. Prenons $a = c = 1$ et $b = 3$, alors on a $1|3$ mais $1+1 = 2 \nmid 3$.