OPERATIONS SUR LES VECTEURS

On considère, dans l'ensemble des exercices qui suivent, que l'espace est rapporté au repère orthonormé direct $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Composantes :

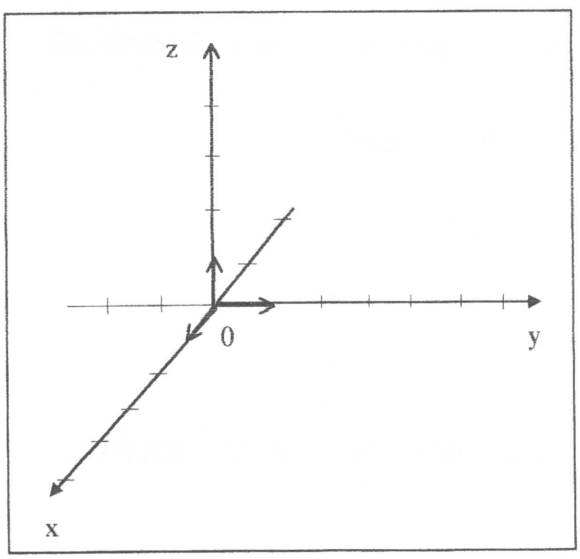
1) Soient trois points A, B et C dont les coordonnées dans R sont :

A(1, 3, 0)
B(4, 2, 0)
C(1, 0, 1)

Donner les **composantes** des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AB}\Big\vert$ (détailler le calcul des composantes)	$\overrightarrow{BC}\Big\vert$ (résultat final uniquement)	en déduire	$\overrightarrow{CA}\Big\vert$

2) Soit le point A tel que $\overrightarrow{OA}\left|\begin{matrix}1\\2\\2\end{matrix}\right.$.



a) Placer (et laisser apparaître les traits de construction) le point A sur la figure ci-contre.

b) Soit H la projection orthogonale du point A sur le plan (xOy).

Tracer le vecteur $\overrightarrow{OH}$ sur la figure ci-contre et donner ses composantes :

$\overrightarrow{OH}\Big\vert$

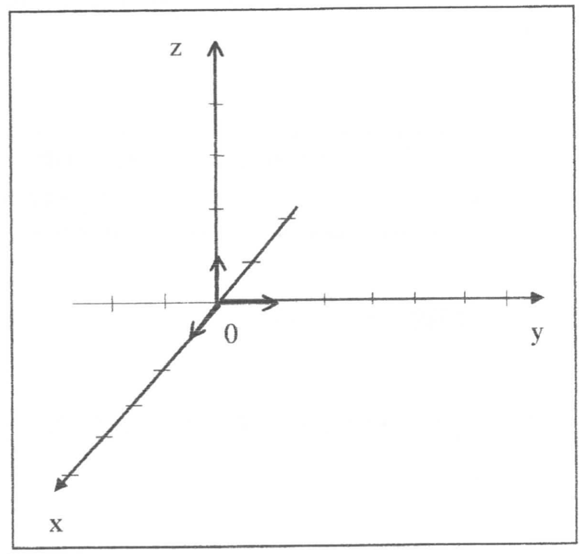
c) Soit I la projection orthogonale de A sur le plan (yOz).

Tracer le vecteur $\overrightarrow{OI}$ sur la figure ci-contre et donner (sans calcul) ses composantes :

$\overrightarrow{OI}\Big\vert$

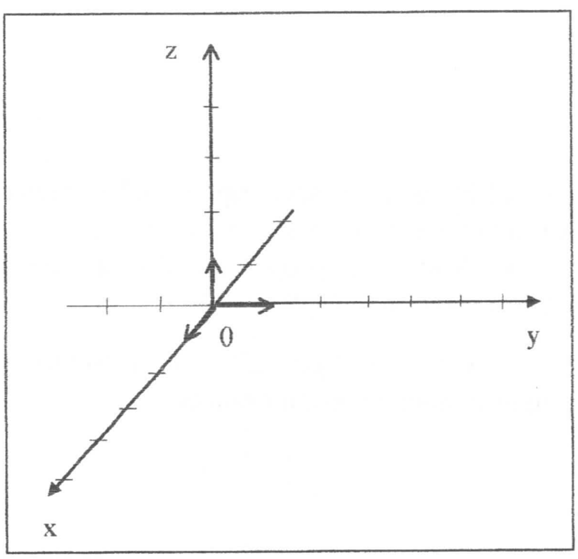
3) Soient les points P1(3, 2, 2) et P2(-1, 2, 2)

a) Trouver la distance entre ces points



b) Tracer sur la figure ci-contre P1, P2 et le vecteur $\overrightarrow{P1P2}$

4) Soient $\vec{u}\begin{vmatrix}0\\1\\1{,}5\end{vmatrix}$, $\vec{v}\begin{vmatrix}0\\-1\\1{,}5\end{vmatrix}$ et le point A(2, -1, 0)



On considère le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u} + \vec{v}$

Construire le point B sur la figure ci-contre et en déduire les composantes de $\overrightarrow{AB}$:

(aucun calcul)

5) Soit le vecteur $\vec{A} = 8\vec{x} - 3\vec{y} + 4\vec{z}$. Donner la longeur de la projection de $\vec{A}$ sur (xOy).

Réponse :

Produits scalaires et vectoriels

1) Soient A(0, 1, 1), B(2, 2, 1) et C(3, 1, 5)

a) Calculer les composantes de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$

b) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$

c) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC}$.

2) Donner le produit scalaire des deux vecteurs :

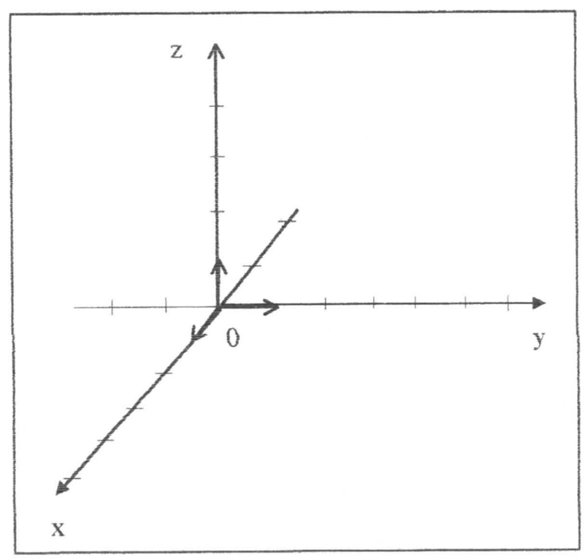
$$\begin{cases} \vec{u} = 2\vec{x} + 10\vec{y} + 3\vec{z} \\ \vec{v} = 2\vec{x} - \vec{y} + 2\vec{z} \end{cases}$$

$\vec{u}.\vec{v} =$

Conclusion ?

3) Placer sur la figure ci-contre les points

A(1, 1, 1)
B(3, 1, 1)
C(1, 1, 2)



a) Tracer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$

b) Sans calcul, donner la direction et le sens du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

c) Sans calcul, donner la norme de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et placer sur la figure le point H tel que $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

Norme de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$:

4) On donne :

$$\vec{A} = 2\vec{x} - 3\vec{y} + \vec{z}$$
$$\vec{B} = -\vec{x} - \vec{y} + 2\vec{z}$$

Déterminer $\vec{X}$ perpendiculaire à $\vec{A}$ et $\vec{B}$ tel que $\|\vec{X}\| = 1$.

5) Calculer l'aire du parallélogramme dont les deux côtés adjacents sont définis par les vecteurs $\vec{A} = 3\vec{x} + 4\vec{y} - \vec{z}$ et $\vec{B} = \vec{x} - \vec{y} + 5\vec{z}$