

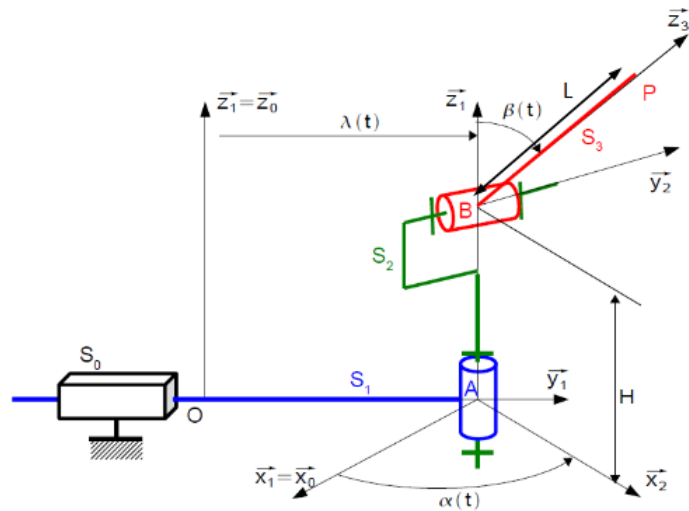
LE BIONIC BAR DU PAQUEBOT HARMONY

Le chariot S_1 , auquel on associe le repère $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, est en mouvement de translation de direction $\vec{y}_0$ par rapport au bâti S_0 , de repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Le corps S_2 , auquel on associe le repère $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, est en mouvement de rotation autour de l'axe $(A, \vec{z}_1)$ avec le chariot S_1 .

Le bras S_3 , auquel on associe le repère $R_3 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, est en mouvement de rotation autour de l'axe $(B, \vec{y}_2)$ avec le corps S_2 .

On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges :



Exigence 1

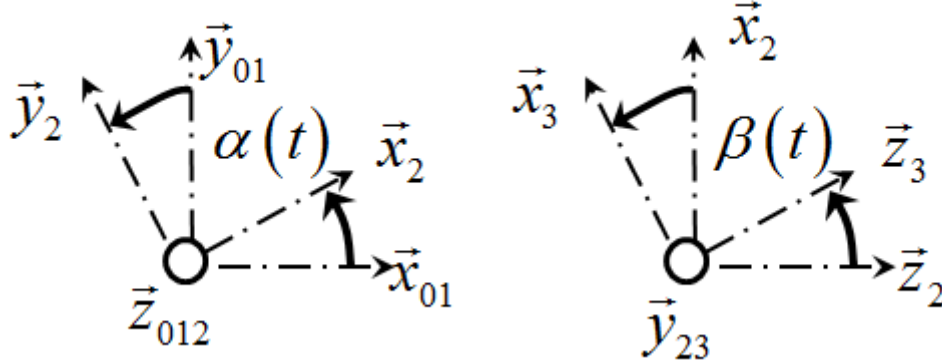
Afin que la boisson ne soit pas renversée, il est nécessaire que la pince avance horizontalement selon $\vec{x}_0$ à vitesse constante V par rapport au châssis du robot.

Objectif : vérifier le critère du CdCF.

- Réaliser un graphe de liaison et préciser le paramètre de position associé à chaque liaison.
- Réaliser les figures de changement de base en couleur.
- Que dire des bases 0 et 1 ? En déduire $\vec{\Omega}_{1/0}$ et $\vec{\Omega}_{3/0}$?
- Donner la nature des mouvements 3/2, 2/1, 1/0
- Quels sont les paramètres du mouvement ? Sont-ils indépendants ?
- Déterminer le vecteur position de P dans le repère 0, en fonction des paramètres de position et des caractéristiques géométriques.
- Déterminer les produits scalaires et vectoriels suivants :
 $\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_1 \quad \vec{x}_1 \cdot \vec{z}_1 \quad \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2 \quad \vec{x}_2 \cdot \vec{x}_1 \quad \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_3 \quad \vec{x}_1 \cdot \vec{z}_3$
 $\vec{x}_1 \wedge \vec{x}_1 \quad \vec{x}_1 \wedge \vec{z}_1 \quad \vec{x}_1 \wedge \vec{x}_2 \quad \vec{x}_2 \wedge \vec{x}_1 \quad \vec{x}_1 \wedge \vec{y}_2 \quad \vec{x}_2 \wedge \vec{z}_1 \quad \vec{x}_3 \wedge \vec{z}_1$
- Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{P,3/0}$ avec 2 méthodes (sans projection). Vérifier l'homogénéité du résultat. Ecrire le torseur cinématique $\{\mathcal{P}_{3/0}\}$.
- Déterminer le vecteur accélération $\vec{\Gamma}_{P,3/0}$. Vérifier l'homogénéité du résultat.
- Projeter $\vec{V}_{P,3/0}$ dans la base 0 et donner les 3 équations scalaires qui traduisent l'exigence 1. En déduire $\dot{\alpha}(t)$, $\dot{\beta}(t)$ et $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de V , α , β , λ et des paramètres caractéristiques.

Corrigé

- 1 $L_{1/0}$: glissière direction $\vec{y}_{01}$ $L_{2/1}$: pivot d'axe $A\vec{z}_{012}$ $L_{3/2}$: pivot d'axe $B\vec{y}_{23}$



2

- 3 Les bases R_0 et R_1 sont confondues car le mouvement de 1/0 est un mouvement de translation.
 $\vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0}$ et $\vec{\Omega}_{3/0} = \vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{0} = \dot{\beta}(t) \cdot \vec{y}_{23} + \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{z}_{01}$
- 4 Ne pas confondre : mouvement, liaison et trajectoire. Mouvement $1/0$: translation de direction $\vec{y}_{01}$ mouvement $2/1$: rotation d'axe $A\vec{z}_{012}$
 mouvement $3/2$: rotation d'axe $B\vec{y}_{23}$

- 5 Les paramètres des mouvements qui sont indépendants sont : $\lambda(t), \alpha(t), \beta(t)$

- 6 $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BP} = \lambda(t) \cdot \vec{y}_{23} + H \cdot \vec{z}_{012} + L \cdot \vec{z}_3$ $\vec{z}_3 = \begin{vmatrix} \sin \beta \cdot \cos \alpha \\ \sin \beta \cdot \sin \alpha \\ \cos \beta \end{vmatrix}_{R0}$
- 7 $\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_1 = 1$ $\vec{x}_1 \cdot \vec{z}_1 = 0$ $\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2 = \vec{x}_2 \cdot \vec{x}_1 = \cos \alpha$ $\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_3 = \cos \alpha \cdot \cos \beta$ $\vec{x}_1 \cdot \vec{z}_3 = \cos \alpha \cdot \cos \beta$
 $\vec{x}_1 \wedge \vec{x}_1 = \vec{0}$ $\vec{x}_1 \wedge \vec{z}_1 = -\vec{y}_1$ $\vec{x}_1 \wedge \vec{x}_2 = \sin \alpha \cdot \vec{z}_{012} = -\vec{x}_2 \wedge \vec{x}_1$
 $\vec{x}_1 \wedge \vec{y}_2 = \cos \alpha \cdot \vec{z}_{012}$ $\vec{x}_2 \wedge \vec{z}_1 = -\vec{y}_2$ $\vec{x}_3 \wedge \vec{z}_1 = -\cos \beta \cdot \vec{y}_2$

$$\vec{V}_{P \in 3/0} = \left. \frac{d\vec{OP}}{dt} \right|_{R0} = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_{01} + \vec{0} + L \cdot \left. \frac{d\vec{z}_3}{dt} \right|_{R0}$$

- 8 $\left. \frac{d\vec{z}_3}{dt} \right|_{R0} = \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{z}_3 = (\dot{\beta} \cdot \vec{y}_{23} + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_{012}) \wedge \vec{z}_3 = \dot{\beta} \cdot \vec{x}_3 + \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_{23}$
 $\vec{V}_{P \in 3/0} = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_{01} + L \cdot (\dot{\beta} \cdot \vec{x}_3 + \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_{23})$
 $\vec{V}_{P \in 3/0} = \vec{V}_{B \in 3/0} + \vec{PB} \wedge \vec{\Omega}_{3/0} = \vec{V}_{B \in 3/2} + \vec{V}_{B \in 2/1} + \vec{V}_{B \in 1/0} - L \cdot \vec{z}_3 \wedge \vec{\Omega}_{3/0}$
 $= \vec{0} + \vec{0} + \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_{01} + L \cdot (\dot{\beta} \cdot \vec{x}_3 + \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_{12})$

$$\vec{\Gamma}_{P \in 3/0} = \frac{d\vec{V}_{P \in 3/0}}{dt} \Big|_{R0} = \frac{d\dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_{01} + L \cdot (\dot{\beta} \cdot \vec{x}_3 + \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_{23})}{dt} \Big|_{R0}$$

$$\frac{d\vec{x}_3}{dt} \Big|_{R0} = \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{x}_3 = (\dot{\beta} \cdot \vec{y}_{23} + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_{012}) \wedge \vec{x}_3 = -\dot{\beta} \cdot \vec{z}_3 + \dot{\alpha} \cdot \cos \beta \cdot \vec{y}_{23}$$

$$9 \quad \frac{d\vec{y}_{23}}{dt} \Big|_{R0} = \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{y}_{23} = (\dot{\beta} \cdot \vec{y}_{23} + \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_{012}) \wedge \vec{y}_{23} = -\dot{\alpha} \cdot \vec{x}_2$$

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_{P \in 3/0} &= \ddot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_{01} + L \cdot (\ddot{\beta} \cdot \vec{x}_3 + \ddot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_{23} + \dot{\alpha} \cdot \cos \beta \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_{23}) \\ &\quad + L \cdot \dot{\beta} \cdot (-\dot{\beta} \cdot \vec{z}_3 + \dot{\alpha} \cdot \cos \beta \cdot \vec{y}_{23}) \\ &\quad + L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot (-\dot{\alpha} \cdot \vec{x}_2) \end{aligned}$$

$$\vec{V}_{P \in 3/0} = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_{01} + \vec{0} + L \cdot \frac{d\vec{z}_3}{dt} \Big|_{R0}$$

$$\vec{V}_{P \in 3/0} \cdot \vec{x}_0 = V = L \cdot (\dot{\beta} \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha - \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha)$$

$$\vec{V}_{P \in 3/0} \cdot \vec{y}_0 = 0 = \dot{\lambda}(t) + L \cdot (\dot{\beta} \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha + \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha)$$

$$\vec{V}_{P \in 3/0} \cdot \vec{z}_0 = 0 = -L \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \beta$$

$$10 \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{\beta} = 0 \\ \dot{\alpha} = -\frac{V}{L \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha} \\ \dot{\lambda}(t) = \frac{V \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} \end{array} \right.$$