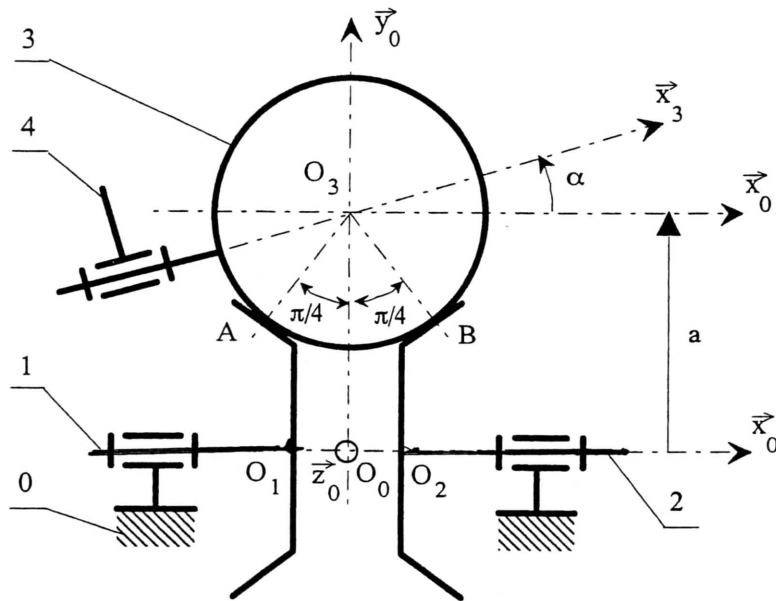


TD : VARIATEUR A BILLES

Le mécanisme, schématisé ci dessous représente un variateur de vitesses mécanique à billes. L'arbre 1 étant relié au moteur ($\omega_{1/0}$ connue), le réglage de l'angle α permet de modifier la vitesse de sortie $\omega_{2/0}$ (réduction ou multiplication). On cherche à déterminer la loi entrée sortie ($\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$) du mécanisme en fonction de l'angle α .



Données

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{1/0} \vec{x}_0 \quad \vec{\Omega}_{2/0} = \omega_{2/0} \vec{x}_0 \quad \vec{\Omega}_{3/0} = \omega_{3/0} \vec{x}_3$$

Bille 3 de rayon R

$$\vec{O_1A} \cdot \vec{y}_0 = \vec{O_2B} \cdot \vec{y}_0 = r$$

$$\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) \text{ et } |\alpha| < 45^\circ$$

Pièce 4 permet le réglage de l'angle α . ($L_{4/0}$: pivot d'axe $O_3 \vec{z}_0$)

Dans le calcul, α est fixé ($\alpha = \text{Cte}$).

Travail demandé

- 1- Ecrire les torseurs cinématiques $\{\mathcal{P}_{1/0}\}_A$ et $\{\mathcal{P}_{2/0}\}_B$ en fonction de r , $\omega_{1/0}$ et $\omega_{2/0}$.
- 2- Ecrire les torseurs cinématiques $\{\mathcal{P}_{3/0}\}_A$ et $\{\mathcal{P}_{3/0}\}_B$ en fonction de R , $\omega_{3/0}$ et α .
- 3- Ecrire la condition de roulement sans glissement en A et en B.
- 4- En déduire le rapport : $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$
- 5- Discuter suivant le signe de α la valeur de $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$ par rapport à 1. En déduire, suivant le cas, si le mécanisme multiplie ou réduit la vitesse d'entrée.

Exercice : variation à billes -

$$1) \left| \mu_{1/0} \right\rangle_A = \begin{pmatrix} \omega_{1/0} \vec{x}_0 \\ r \cdot \omega_{1/0} \vec{z}_0 \end{pmatrix}$$

$$\left| \mu_{2/0} \right\rangle_B = \begin{pmatrix} \omega_{2/0} \vec{x}_0 \\ r \cdot \omega_{2/0} \vec{z}_0 \end{pmatrix}$$

$$2) \left| \mu_{3/0} \right\rangle_A = \begin{pmatrix} \omega_{3/0} \vec{x}_3 \\ \vec{AO}_3 \wedge \vec{\Omega}_{3/0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{3/0} \vec{x}_3 \\ \frac{R\sqrt{2}}{2} (\vec{x}_0 + \vec{y}_0) \wedge (\cos\alpha \vec{x}_0 + \sin\alpha \vec{y}_0) \vec{\omega}_{3/0} \end{pmatrix}$$

$$\left| \mu_{3/0} \right\rangle_A = \begin{pmatrix} \omega_{3/0} \vec{x}_3 \\ \omega_{3/0} \frac{\sqrt{2}}{2} R [\sin\alpha - \cos\alpha] \vec{z}_0 \end{pmatrix}$$

$$\left| \mu_{3/0} \right\rangle_B = \begin{pmatrix} \omega_{3/0} \vec{x}_3 \\ -\omega_{3/0} \frac{\sqrt{2}}{2} R [\sin\alpha + \cos\alpha] \vec{z}_0 \end{pmatrix}$$

3) RSG en A : $\vec{V}(A \in 3/1) = \vec{0}$ en B : $\vec{V}(B \in 3/2) = \vec{0}$.

$$4) \vec{V}(A \in 3/1) = \vec{V}(A \in 3/0) - \vec{V}(A \in 1/0)$$

$$\vec{V}(B \in 3/2) = \vec{V}(B \in 3/0) - \vec{V}(B \in 2/0)$$

$$\text{donc } r \cdot \omega_{1/0} = \omega_{3/0} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R [\sin\alpha - \cos\alpha]$$

$$r \cdot \omega_{2/0} = -\omega_{3/0} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R [\sin\alpha + \cos\alpha]$$

$$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha}$$

$$5) |\alpha| < 45^\circ \rightarrow |\cos\alpha| > |\sin\alpha|$$

$$\text{si } \alpha = 0 \quad \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = 1$$

$\alpha > 0$	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} > 1$	multiplication
$\alpha < 0$	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} < 1$	réduction.