

Exercice 1

Dans chacun des cas suivantes, exprimer u_n en fonction de n et préciser la valeur de sa limite si elle existe.

1. (u_n) est la suite arithmétique de raison -2 telle que $u_0 = 3$.
2. (u_n) est la suite géométrique de raison -2 telle que $u_0 = 3$.
3. (u_n) est donnée par $u_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 1$.
4. (u_n) est donnée par $u_0 = -1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2}$.

Exercice 2

Les suites (u_n) données par les expressions suivantes pour $n \in \mathbb{N}$ sont-elles arithmétiques ? géométriques ? Si oui donner la raison et le premier terme.

- | | | | | | | |
|-------------------|--|--------------------|--|---------------------|--|--|
| 1. $u_n = 4n + 1$ | | 2. $u_n = 2^n - 1$ | | 3. $u_n = 2^{2n-3}$ | | 4. $u_n = \frac{5^{(2n+1)^2}}{5^{4n^2}}$ |
|-------------------|--|--------------------|--|---------------------|--|--|

Exercice 3

Déterminer la limite de la suite (u_n) donnée par :

- | | | | | | | |
|-----------------------|--|---------------------------------------|--|--------------------------------|--|----------------------|
| 1. $u_n = \sqrt{2}^n$ | | 2. $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ | | 3. $u_n = \frac{2^n + 1}{3^n}$ | | 4. $u_n = 5^n - 2^n$ |
|-----------------------|--|---------------------------------------|--|--------------------------------|--|----------------------|
5. $u_n = \frac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$ où $a > b > 0$

Exercice 4

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite donnée par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{2u_n + 4}$.

1. Justifier que (u_n) est correctement définie.
2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}, t_n = \frac{2u_n - 1}{u_n + 1}$. Justifier que (t_n) est correctement définie puis montrer que (t_n) est géométrique.
3. En déduire l'expression de t_n puis de u_n en fonction de n .

Exercice 5

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite donnée par $u_0 = 0$ et pour tout $n \geq 0, u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

1. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - n + 1$. Montrer que (v_n) est géométrique.
2. En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

Exercice 6

Dans une réserve naturelle, le nombre d'animaux évolue chaque année de la manière suivante : 20% de la population actuelle disparaît (c'est le bilan des naissances et des décès), et 120 nouveaux animaux sont introduits. Si la population initiale est de 1000 animaux, quelle est la population après n années ? Au bout de combien d'années y a-t-il moins de 800 animaux ?

Exercice 7

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n^2$.

1. Justifier que la suite $(v_n) = (\ln(u_n))$ est correctement définie.
2. Que dire de (v_n) ?
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

Exercice 8

Exprimer u_n en fonction de n lorsque (u_n) est la suite donnée par :

1. $u_0 = 1, u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n$
2. $u_0 = u_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, 2u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0$
3. $u_0 = -1, u_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2u_n$.

Exercice 9

Soit (u_n) la suite donnée par $u_0 = u_1 = 1$ et la relation

$$(*) : \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 4.$$

1. Déterminer une suite constante (ℓ) satisfaisant la relation $(*)$.
2. Que dire de la suite $(v_n) = (u_n - \ell)$?
3. Déterminer la valeur de u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 10

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite donnée par

$$u_0 = 2, u_1 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = \frac{u_{n+1}^4}{u_n^3}$$

1. Montrer que (u_n) est correctement définie et que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$.
2. Quelle suite auxiliaire (v_n) est-il judicieux d'introduire ?
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 11

Soit (u_n) une suite réelle.

Montrer que (u_n) est arithmétique si et seulement si : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_{n+2} + u_n}{2}$.

Exercice 12

Déterminer l'expression de u_n en fonction de n pour les suites récurrentes doubles suivantes :

1. $u_0 = \sqrt{3}, u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2\sqrt{3}u_{n+1} - 12u_n$.
2. $u_0 = 3, u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = -u_n$.
3. $u_0 = e^3, u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = \left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right)^2$.

Exercice 13

Soit $r \in \mathbb{R}_*^+$. Exprimer en fonction de u_0, u_1 et n le terme général de la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ vérifiant

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = -r^2 u_n.$$