

Programme de colles : semaine 0

Attention, ce programme de colle est donné à titre d'exemple, il ne correspond à aucune semaine de colle. Les premières colles auront lieu la semaine du 21/9, un nouveau programme ("programme S1") sera alors donné.

1 Logique

- assertions avec des quantificateurs
- connecteurs logiques ou, et, non, implique, équivaut
- négation d'une assertion avec des quantificateurs
- raisonnement par récurrence, récurrences double et forte.
- principe d'exemple et de contre-exemple pour prouver une propriété du type " $\exists x \in E : \mathcal{P}(x)$ " ou nier une propriété du type " $\forall x \in E, \mathcal{P}(x)$ "
- principe pour prouver une propriété du type " $\forall x \in E, \mathcal{P}(x)$ " ("soit $x \in E$ alors ... donc $\mathcal{P}(x)$ ")
- principe de double implication pour prouver une équivalence

- principe de contraposition pour prouver une implication
- raisonnement par l'absurde
- raisonnement par analyse-synthèse

2 Suites usuelles

- suites arithmétiques, géométriques, limites de telles suites. *La somme des termes successifs de telles suites n'a pas été abordée.*
- suites arithmético-géométriques. *La méthode de détermination du terme général doit être connue.*
- exemples d'utilisation de suites auxiliaires pour se ramener à des suites usuelles
- suites récurrentes linéaires d'ordre 2. **Attention, pas de discriminant strictement négatif**

3 Questions de cours

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$, $u_1 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$. Démontrer par récurrence double que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n + 3^n$.
2. Si $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ sont deux assertions, que sont la contraposée et la réciproque de $\mathcal{P} \implies \mathcal{Q}$?
3. Montrer par analyse-synthèse que pour toute fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ il existe une unique fonction paire $f_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ et une unique fonction impaire $f_2 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telles que $f = f_1 + f_2$.
4. Donner la définition d'une suite arithmétique (ou géométrique) $(u_n)_{n \geq 0}$, puis donner et démontrer la formule donnant l'expression de u_n en fonction de u_0 et de n .
5. Donner la valeur de $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n$ en fonction de $q \in \mathbb{R}$ et illustrer chacun des quatre cas $q > 1$, $0 < q < 1$, $-1 < q < 0$ et $q < -1$ par un schéma.
6. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n si (u_n) est une suite arithmético-géométrique ou récurrente linéaire d'ordre 2 choisie par l'examineur. **Attention, pas de discriminant strictement négatif**

La colle se poursuivra avec un ou plusieurs calcul "type révision" au sein ou non d'un exercice plus compliqué. Cette semaine, ces calculs doivent être similaires à ceux traités en :

- **Révision 1.2, exos 1 et 2** : <https://cahier-de-prepa.fr/pcs11-decour/download?id=863&v=0204d>

La question de cours est noté sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.