

NOM :

PRÉNOM :

Bonus de participation : /1 pt (en dehors du barème sur 5 points)

Question 1. (/1 pt)

Soit $n \in \mathbb{N}$. Donner sans justifier la valeur de $\sum_{k=0}^n k^2$.

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Question 2. (/2 pts)

Énoncer la formule du binôme de Newton.

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Question 3. (/2 pts)

Calculer pour $n \in \mathbb{N}$ la somme $S = \sum_{k=1}^n \frac{1}{3^k}$.

$$S = \left(\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{3} \right)^k \right) - \left(\frac{1}{3} \right)^0$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}} - 1$$

$$= \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{n+1}} \right) - 1$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 3^n}$$

NOM :

PRÉNOM :

Bonus de participation : /1 pt (en dehors du barème sur 5 points)

Question 1. (/1 pt)

Soient $q \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. Donner sans justifier la valeur de $\sum_{k=0}^n q^k$.

$$\sum_{k=0}^n q^k = \begin{cases} n+1 & \text{si } q=1 \\ \frac{1-q^{n+1}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \end{cases}$$

Question 2. (/2 pts)

Énoncer la formule de Pascal.

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall k \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket, \quad \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

Question 3. (/2 pts)

Calculer pour $n \in \mathbb{N}$ la somme $S = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} \frac{1}{3^k}$.

$$\begin{aligned} S &= \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k 1^{n-k} \right) - \binom{n}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \\ &= \left(\frac{1}{3} + 1\right)^n - 1 \\ &= \left(\frac{4}{3}\right)^n - 1 \end{aligned}$$