

TD 3 : exo 9

1) Le discriminant de $-2X^2 - 3X + 2$ est $\Delta = (-3)^2 - 4 \times (-2) \times 2 = 25$, donc ses racines sont $\alpha = \frac{3 + \sqrt{\Delta}}{2 \times (-2)} = \frac{3+5}{-4} = -2$ et $\beta = \frac{3-5}{-4} = \frac{1}{2}$. Comme son coefficient dominant est $-2 < 0$, or 0, pour $x \in \mathbb{R}$:

$$-2x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow (x < \alpha \text{ ou } x > \beta) \Leftrightarrow (x < -2 \text{ ou } x > \frac{1}{2})$$

L'ensemble des solutions est donc $\mathcal{S}_1 =]-\infty, -2[\cup]\frac{1}{2}, +\infty[$.

2) Pour $x \in \mathbb{R}$, on résout:

$$(10x - 16)^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq 10x - 16 \leq 3 \Leftrightarrow \frac{13}{10} \leq x \leq \frac{19}{10}$$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S}_2 = [\frac{13}{10}, \frac{19}{10}]$.

3) Pour $x \in \mathbb{R}$ on résout:

$$(2x-1)^2 > 4 \Leftrightarrow (2x-1 > 2 \text{ ou } 2x-1 < -2) \Leftrightarrow (x > \frac{3}{2} \text{ ou } x < -\frac{1}{2})$$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S}_3 =]-\infty, -\frac{1}{2}[\cup]\frac{3}{2}, +\infty[$.

5) Pour $x \in \mathbb{R}^*$ on distingue 2 cas:

• si $x > 0$, alors: $x < \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$

Dans ce cas, les éléments de $]0, 1[$ sont donc solutions.

• si $x < 0$, alors: $x < \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^2 > 1 \Leftrightarrow (x < -1 \text{ ou } x > 1)$

Dans ce cas, les éléments de $] -\infty, -1[$ sont donc solutions.

Finalement, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S}_5 =]-\infty, -1[\cup]0, 1[$

nb: il était aussi possible de faire un tableau de signes.

6) Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ on a:

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}{x-1} = x^2 + 2x - 2 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = (x^2 + 2x - 2)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = x^3 + 2x^2 - 2x - x^2 - 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1=0 \text{ ou } x-2=0)$$

$$\Leftrightarrow (x=1 \text{ ou } x=2)$$

Finalement, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S}_6 = \{2\}$.

Quotien 4 et 7) corrigés en classe.