Exercice I :

$$F_1(p) = \frac{2 - p^2}{p\,(1+p)^2}$$

I-1) D'après le théorème de la valeur initiale :

$$f_1(0^+) = \lim_{|p|\to\infty} p.F_1(p) = \lim_{|p|\to\infty} \frac{2-p^2}{(1+p)^2}$$

$$\boxed{f_1(0^+) = -1}$$

Toujours d'après le théorème de la valeur initiale, on a :

$$f_1'(0^+) = \lim_{|p|\to\infty} p.\mathcal{L}[f_1'(t)]$$

$$\mathcal{L}[f_1'(t)] = p.\,F_1(p) - f_1(0^+)$$
$$= p.\,F_1(p) + 1$$

$$f_1'(0^+) = \lim_{|p|\to\infty} [p^2.\,F_1(p) + p]$$

$$p^2.\,F_1(p) + p = \frac{p(2-p^2)}{(1+p)^2} + p = \frac{2\,p-p^3+p^3+2.p^2+p}{(1+p)^2}$$
$$= \frac{2.p^2+3p}{(1+p)^2}$$

$$f_1'(0^+) = \lim_{|p|\to\infty} \left[\frac{2.p^2+3p}{(1+p)^2}\right]$$

$$\boxed{f_1'(0^+) = 2}$$

D'après le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t \to \infty} f_1(t) = \lim_{|p| \to 0} p.F_1(p) = \lim_{|p| \to 0} \frac{2-p^2}{(1+p)^2}$$

$$\boxed{\lim_{t \to \infty} f_1(t) = 2}$$

I-2) Expression de $f_1(t)$?

$$F_1(p) = \frac{2-p^2}{p\,(1+p)^2} = \frac{A}{p} + \frac{B}{1+p} + \frac{C}{(1+p)^2}$$

<u>A = ?</u>

Multiplions l'égalité précédente par p :

$$\frac{1-p^2}{(1+p)^2} = A + p.[--],$$

p = 0 donne $\boxed{A = 2}$

<u>C = ?</u>

Multiplions l'égalité par (p+1)² :

$$\frac{2-p^2}{p} = C + (1+p).[--],$$

p = -1 donne alors $\boxed{C = -1}$

<u>B = ?</u>

Multiplions l'égalité par (p+1) :

$$\frac{2-p^2}{p(1+p)} = \frac{A(1+p)}{p} + B + \frac{C}{1+p},$$

$p \to \infty$ donne -1 = A + B

D'où $\boxed{B = -3}$

$$\boxed{F_1(p) = \frac{2}{p} - \frac{3}{1+p} - \frac{1}{(1+p)^2}}$$

D'après le tableau des transformées usuelles, on a:

$$\boxed{\mathbf{f_1(t) = (2 - 3\,e^{-t} - t\,e^{-t})\,u(t)}}$$

On peut vérifier les valeurs des limites calculées précédemment:

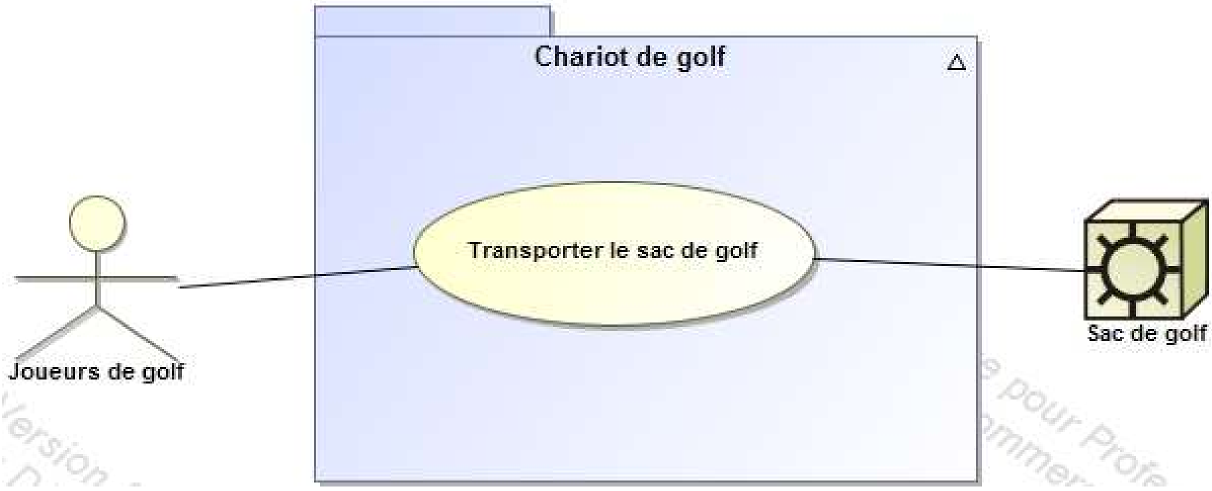
- $f_1(0^+) = -1$
- $f_1'(0^+) = 2$ car pour t > 0 : $f_1'(t) = 3\,e^{-t} - e^{-t} + t\,e^{-t} = 2\,e^{-t} + t\,e^{-t}$
- $\lim_{t \to \infty} f_1(t) = 2$

II- Ingénierie des systèmes : chariot de golf

Question 1: *Citer une solution (réaliste!) qui pourrait faire disparaître ce besoin*

Location ou prêt de véhicules permettant le déplacement des joueurs et transport des sacs.

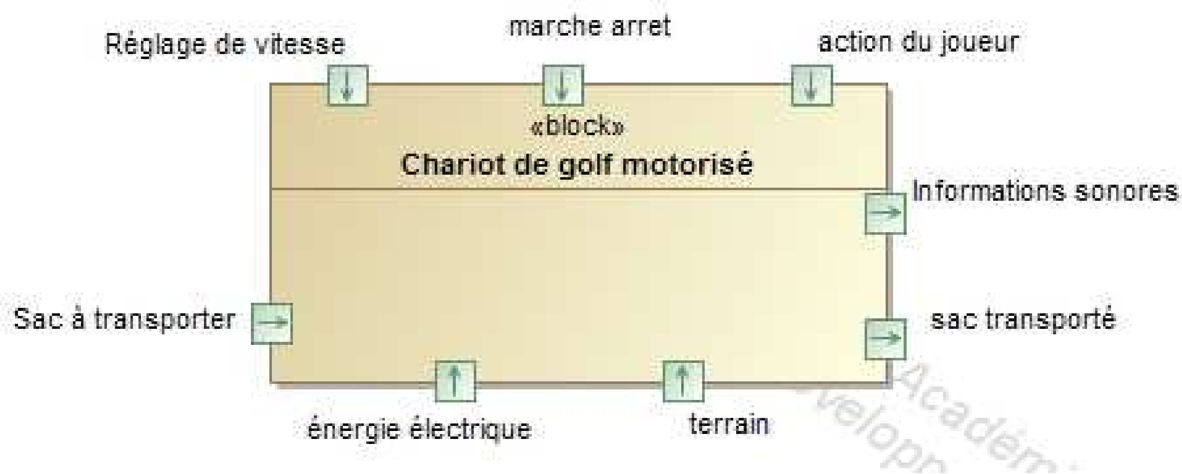
Question 2 : *Dresser un diagramme de cas d'utilisation simple du chariot de golf*



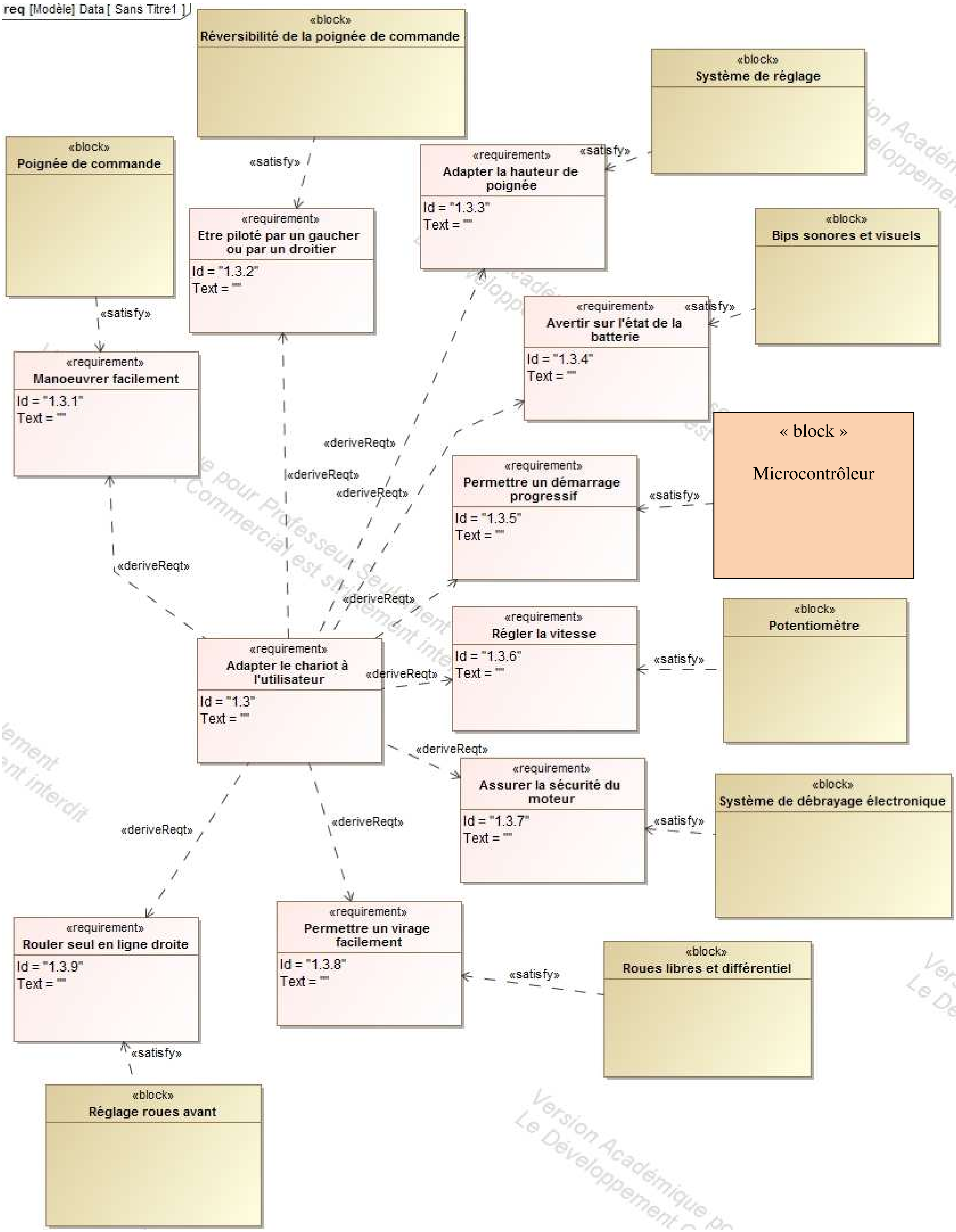
Question 3 : *Donner la matière d'œuvre et la valeur ajoutée du système.*

MO : Sac
VA : transport

Question 4 : *Compléter le diagramme de définition de bloc en précisant bien les entrées et sorties du bloc principal*



Question 5 : *A partir des informations précédentes, compléter le diagramme d'exigences*

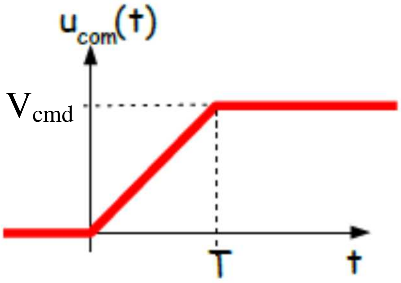


<u>Question 6 :</u> *Le système tel que décrit précédemment est-il asservi ? Justifier*

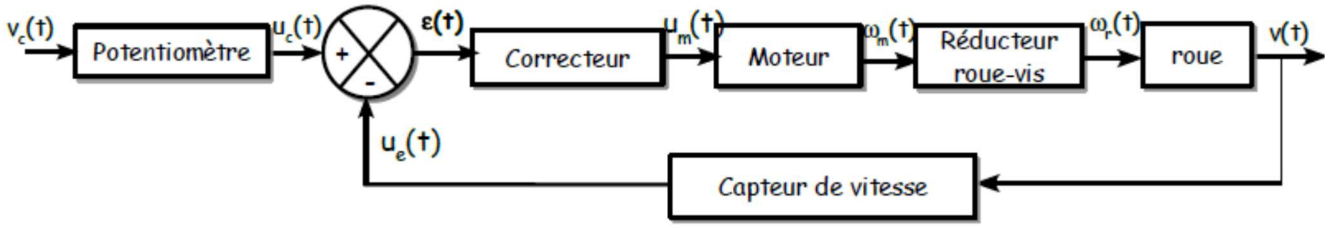
Le système n'est pas asservi car il n'y a pas de chaine de retour avec capteur donnant une information à la partie commande.

<u>Question 7 :</u> Tracer *l'allure de la tension de commande du moteur et donner l'expression temporelle de cette tension en fonction de V_{cons} et T.*

$u_{com}(t) = \frac{V_{cmd}}{T}\,(t\,u(t) - (t - T)\,u(t - T))$



<u>Question 8 :</u> *A partir des informations précédentes, réaliser un schéma-bloc fonctionnel en précisant bien le nom des composants ainsi que les variables entre les composants. On prendra $v_c(t)$ comme entrée et $v(t)$ comme sortie.*



<u>Question 9 :</u> Comment *appelle-t-on le type d'asservissement précédent ? Justifier.*

La consigne est donnée pour un temps beaucoup plus long que le temps de réponse du chariot. Le système doit maintenir la vitesse du chariot au plus proche de la consigne malgré les perturbations (variations de la pente du terrain). Le type d'asservissement est donc une régulation.

<u>Question 10 :</u> *Quel est l'intérêt d'utiliser un réducteur roue-vis. Déterminer le rapport entre la vitesse en sortie du réducteur et la vitesse en entrée de celui-ci (vitesse du moteur).*

Le réducteur à roue et vis sans fin permet de transformer un mouvement de rotation selon un axe donné en un mouvement de rotation selon un axe orthogonal. Ce système peut être irréversible, ce qui assure le maintien en position de la sortie (le chariot reste en place même dans une pente si l'adhérence au sol est maintenue).
Le rapport de réduction est de 1/36.

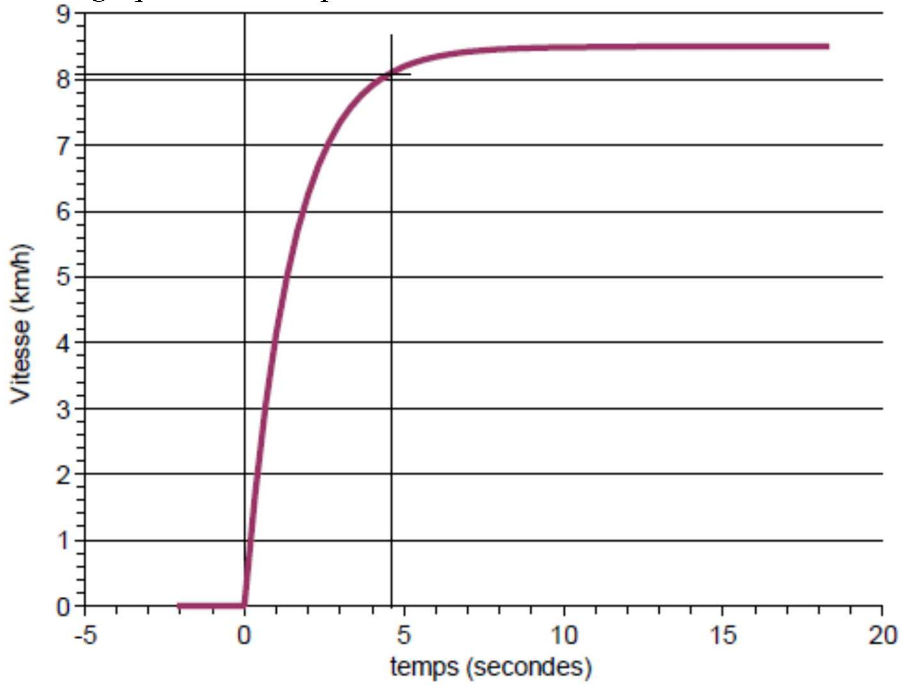
<u>Question 11 :</u> *Quelle relation a-t-on entre la vitesse d'avancement du chariot et la vitesse de rotation des roues ?*

On a simplement $V = R.\omega_r$, avec les unités suivantes : V en m/s, R en mètres, ω_r en rad/s.

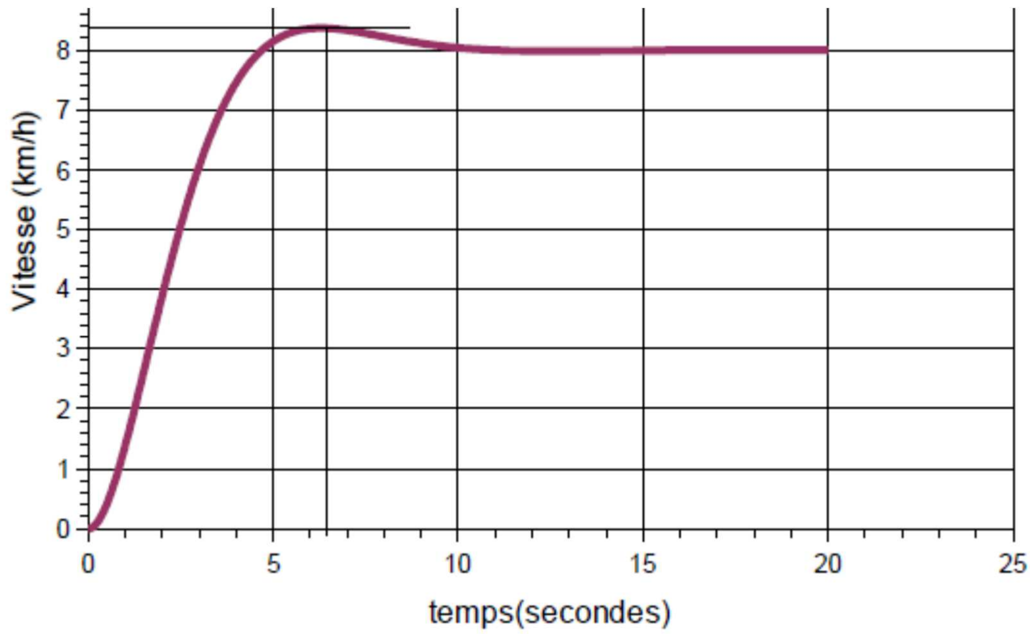
<u>Question 12 :</u> *Quantifier la précision des deux systèmes sachant que la consigne est de 8 km/h.*

Pour le système sans asservissement, on a un écart statique de 8 – 8,5 = - 0,5 km/h
Pour le second, l'écart statique est nul

<u>Question 13 :</u> *Valeur du temps de réponse à 5% pour les deux systèmes ? Dépassement en pourcentage quand cela est possible*



Réponse pour le système SANS asservissement



Réponse du système AVEC asservissement

Pour le 1er système : $t_{5\%} = 4.5s$; pour le second $t_{5\%} = 6,5s$
Le dépassement est nul pour le premier système (on compare la valeur maximale avec $s(\infty)$).
Le dépassement pour le second système est de $D_{1\%} = (8.4 - 8) / 8 = 5\%$

<u>Question 14 :</u> *Est-il nécessaire d'installer un asservissement pour le chariot ? Justifier.*

On prendra le système sans asservissement car il est certes moins précis mais la vitesse importe peu, de même que la rapidité. Le golfeur peut aisément modifier la commande pendant l'utilisation en modifiant la position angulaire du potentiomètre (de plus, si le chariot ralentit en montée, cela peut être adapté). Ici, l'aspect prépondérant est le prix et la simplicité du système.