

Chapitre (ANN) 2 Consignes pour l'écrit

Résumé & Plan

L'objectif de ce petit document est de récapituler tous les conseils importants de présentation et de rédaction des mathématiques, issus de longues heures de corrections de copies de concours.

! Attention

- Il faudra mettre en place les conseils ci-après dès le premier devoir surveillé. **Des points de rédaction et présentation feront partie du barème tout au long de l'année.**
- Le concours centrale / Supélec indiquait dans un rapport de 2021 qu'une mauvaise présentation / rédaction pouvait entraîner un malus allant jusqu'à 10 %. Les critères étaient la lisibilité, la langue, la clarté, la propreté, la numérotation des questions et la mise en évidence des résultats.

1 LA PRÉSENTATION

Le début de votre copie est important : si elle présente des points positifs, vous mettez le correcteur en confiance pour le reste de l'épreuve et serez évalué avec *bienveillance*. Attention, je ne dis pas ici que l'on peut faire n'importe quoi dans la suite mais il faut donc entre autres éviter impérativement en début de copie :

- les tentatives d'escroquerie,
- les calculs inachevés,
-
- les ratures et tâches d'effaceur,
- les questions inachevées,

GESTION DU BROUILLON. Le brouillon sert à chercher des solutions, à effectuer des calculs délicats, ce qui permet d'éviter les ratures. Rédiger un devoir ne consiste

pas à recopier un brouillon, mais à le repenser pour obtenir la solution la plus brève possible.

RÈGLES USUELLES DE PRÉSENTATION. Commençons par des considérations très générales.

- Tout d'abord, votre copie se doit bien sûr d'être soignée. Vous devez écrire lisiblement : **si votre copie est illisible, elle ne sera pas lue !**
- Les textes des questions ne sont pas recopiés mais les numéros oui et avec un fort contraste avec le reste ; cela évitera de perdre le correcteur et ainsi d'éviter tout oubli de points si le correcteur ne voit pas le début d'une nouvelle question.

Quelque chose du type **2.1** est beaucoup plus voyant qu'un « 2.1 » perdu en milieu de texte. Utilisez par exemple des feutres pour clairement les faire apparaître.

- Les résultats doivent être **encadrés** ou éventuellement **surlignés** et ainsi être mis en évidence. Ce rituel d'encadrement de fin de question offre d'ailleurs l'occasion d'une première relecture : vérifiez à ce moment-là que la conclusion que vous encadrez répond bien à la question posée !
- L'usage des produits blancs et effaceurs doit rester **exceptionnel**, n'oubliez pas de réécrire par dessus ce que vous venez d'effacer.
- De-même il ne faut pas écrire au crayon de papier, qui est considéré comme du brouillon sur une copie.
- Lorsque vous êtes amenés à barrer un paragraphe, vous devez raturer clairement et proprement tout le paragraphe, sans laisser de morceaux de phrases à lire cachés au milieu de la rature — la lecture de la copie ne doit pas relever de la fouille archéologique !

« La qualité de la présentation, de la rédaction est prise en compte dans la notation à hauteur de 1 point sur 20. » Le jury conseille de préparer les développements au brouillon avant de répondre proprement et synthétiquement.

— Rapport CCINP

« Un raisonnement doit être articulé avec des mots clés » : considérons, or, donc, car, en effet. Les hypothèses et l'objectif doivent être clairement identifiés.

— Rapport CENTRALE-SUPÉLEC, PSI 2021

UTILISER DE LA COULEUR MAIS NE PAS TROP EN FAIRE.

- Afin de ne pas fatiguer outre mesure les yeux de votre correctrice ou correcteur et pour que votre copie de concours (dématérialisée) soit encore lisible une fois scannée, écrivez toujours à l'encre noire ou bleue foncée.
- En revanche vous pouvez mettre en valeur les titres des questions/résultats à l'aide de couleur.

3) $T_0 = X$ et $\forall n \in \mathbb{N}, T_{n+1} = (1+X^2) T_n$

1. $T_1 = (1+X^2) \times 1 = 1+X^2$

$T_2 = (1+X^2) \times 2X = 2X+2X^3$

$T_3 = (1+X^2) \times (2+6X^2) = 2+8X^2+6X^4$

2. On conjecture selon les résultats précédents : $d^n T_n = n+1$ et $\text{dom}(T_n) = n$

Montrons le par récurrence sur n .

I. $d^0 T_0 = 0+1$ et $\text{dom}(T_0) = 0^1 = 1$

EXEMPLE DE PORTION DE COPIE BIEN PRÉSENTÉE

« Bien rédiger » signifie exposer sa pensée clairement, c'est-à-dire avec ordre et rigueur et si possible avec style. Un raisonnement faux peut être bien rédigé : dans un tel cas, si les hypothèses utilisées apparaissent avec précision, il est généralement facile de trouver l'erreur commise. Au contraire, un raisonnement « correct » mal rédigé est souvent signe d'arnaque, volontaire ou non.

Une bonne rédaction doit nécessairement s'accompagner d'une bonne présentation. Pour cela, consultez la section précédente.

Ce qui suit est extrêmement important pour le confort du lecteur. N'oubliez pas que cette année, le lecteur est également celui qui corrige puis évalue votre prestation. Aussi, les consignes ci-après ne rapporteront aucun point supplémentaire à ceux qui les suivent. En revanche, chaque fois qu'elles ne seront pas respectées, le correcteur sera enclin à plus de sévérité sur la notation, d'où des pertes de points. Voici donc ce que l'on attend de vous dans les grandes lignes :

- L'articulation des démonstrations (donc, or, si, alors, ...) doit être présente, les hypothèses, les conclusions et surtout le type de démonstration (récurrence, absurde, contraposée, analyse/synthèse, double inclusion pour l'égalité de deux ensembles, etc.).
- Vous devez rédiger les questions dans l'ordre, même si elles n'ont pas été traitées dans l'ordre. Laissez une place vide pour les questions sans réponse si vous êtes susceptibles de revenir y réfléchir ultérieurement. *Une rupture d'ordre est possible si besoin, mais cela doit rester exceptionnel.*
- Évitez (possible exceptionnellement) d'introduire trop de notations personnelles, leur introduction est souvent inutile et celles du sujet suffisent en général (si ledit sujet est bien construit).
- Rappelons enfin qu'une copie contenant trop de fautes d'orthographe ou de grammaire gêne la lecture et agace, en général, le correcteur. De même, à l'oral, un élève qui s'exprime mal (fautes de grammaire trop fréquentes, familiarités, ...) ouvre le flanc à la critique. Dans les deux cas, c'est la note de la prestation qui risque d'en pâtir (injustement?).
- On n'emploiera pas les symboles mathématiques comme des abréviations et on les évitera en général ; notamment pas de « hyp », « ccl » etc..
- Attention aux non-sens mathématiques souvent précisés dans les encarts « attention » du cours, les phrases du type « la fonction $\cos(x)$... » ne sont plus autorisées en prépa. On vous l'a déjà dit et redit dans les classes antérieures.

- Les formules du genre « on voit bien que », « il est évident que », *etc.* sont à proscrire; ceci démontre généralement l'incapacité du candidat à effectuer ladite preuve.
- S'interroger : se poser les questions suivantes. Les calculs ne sont-ils pas exagérément longs? la méthode utilisée est-elle judicieuse? les résultats sont-ils cohérents? cohérents avec le texte? Ne pas hésiter à ajouter des remarques si vous détectez des incohérences, votre regard critique sur ce que vous faites sera apprécié.

Dans ce document, des exemples de rédaction sont donnés, tantôt corrects, tantôt incorrects, selon le modèle :

- ❌ ceci est une rédaction incorrecte;
 ✅ ceci est une rédaction correcte.

2.2 Les règles de bonne rédaction

Voici pour commencer quelques règles simples à suivre impérativement.

RÈGLE # 1. ANCREZ LES MATHS DANS LE FRANÇAIS

N'écrivez jamais d'énoncé mathématique qui ne soit pas inclus dans une phrase en français. En pratique, c'est très simple, il suffit dans la plupart des cas de commencer ses phrases par « On a ».

Exemple 1

- ❌ $2 + 2 = 4$.
 ✅ On a : $2 + 2 = 4$.

Quand des assertions s'enchaînent, ne vous contentez pas de les superposer en les alignant. Utilisez des conjonctions de coordination entre elles.

Exemple 2

- ❌ On a :
 $(x - y)^2 \geq 0, \quad x^2 - 2xy + y^2 \geq 0, \quad x^2 + y^2 \geq 2xy$.
 ✅ On a :
 $(x - y)^2 \geq 0$,
 donc :
 $x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$,

d'où :

$$x^2 + y^2 \geq 2xy.$$

N'écrivez pas de maths « qui flottent », c'est-à-dire qui ne font pas partie d'une phrase en français.

RÈGLE # 2. INTRODUISEZ LES OBJETS DONT VOUS PARLEZ

Si vous utilisez la lettre x dans votre preuve, vérifiez avant que celle-ci a été définie. Si vous utilisez la lettre x sans l'avoir définie, il s'agit d'une faute grave.

Voici plusieurs façons dont elle peut avoir été définie.

- Vous avez pris soin d'écrire auparavant : « Soit $x \in \mathbb{R}$ ».
- La variable x est introduite dans l'énoncé.
- La lettre x est fixée auparavant dans votre texte ou dans l'énoncé. Par exemple, vous avez écrit « Fixons $x \in \mathbb{R}$ tel que $x^5 = x^2 + 1$ ».
- Vous avez nommé une grandeur, par commodité dans les raisonnements à suivre. Par exemple, vous avez écrit « Posons $x = 3 \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) - 2 \sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ ».
- Si la lettre x n'est utilisée que dans une seule phrase, vous pouvez commencer celle-ci par la locution « Pour tout $x \in \mathbb{R}$ ».

Le quantificateur « $\forall x \in \mathbb{R}$ » ne définit pas la variable x . Une fois que la phrase mathématique introduite par « $\forall x$ » est terminée, la variable x cesse d'être définie.

Exemple 3

- ❌ On a : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad x^2 \geq 2x - 1$. En effet, on a $x^2 - (2x - 1) = (x - 1)^2 \geq 0$.
 ✅ On a : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad x^2 \geq 2x - 1$. En effet, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $x^2 - (2x - 1) = (x - 1)^2 \geq 0$.

Exemple 4

- ❌ On pose $u_n = 4n^2 - 2$.
 ✅ On pose $u_n = 4n^2 - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exemple 5

- ❌ Résolvons l'équation $x^2 + 3x - 2 = 0$. On a $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-2)$, donc $\Delta = 17 > 0$, d'où : $x_1 = \frac{-3+\sqrt{17}}{2}$ et $x_2 = \frac{-3-\sqrt{17}}{2}$.

Note | Dans cette rédaction, Δ , a , b , c , x_1 et x_2 ne sont définis nulle part.
 Par ailleurs, il est souvent inutile de nommer les solutions...

- ✅ L'équation $x^2 + 3x - 2 = 0$ a pour discriminant $3^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 17 > 0$. Elle

possède donc deux solutions : $\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$ et $\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$.

Lorsque l'on écrit « Posons ... = ... », l'égalité perd son caractère symétrique. Le membre de gauche doit contenir le nom de l'objet que vous introduisez, en général une unique lettre, et celui de droite sa définition.

Exemple 6

- ✗ Soit $x \in \mathbb{R}^+$. Posons $x = y^2$.
- ✗ Soit $x \in \mathbb{R}^+$. Posons $y^2 = x$.
- ✓ Soit $x \in \mathbb{R}^+$. Posons $y = \sqrt{x}$.
- ✓ Soit $x \in \mathbb{R}^+$. Posons $y = -\sqrt{x}$.

RÈGLE # 3. N'INTRODUISEZ PAS DEUX FOIS LE MÊME OBJET

Une fois qu'un objet a été introduit, il ne peut plus être défini, ni être utilisé derrière un quantificateur.

Exemple 7

- ✗ Soient $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Posons $x = 0$ et $y = 5$.
- ✓ Posons $x = 0$ et $y = 5$.
- ✗ Soient $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tels que $x \leq y$. Posons $x = -y$.
- ✓ Soit $x \in \mathbb{R}^+$. Posons $y = -x$.
- ✗ Soit z un complexe de module 1. On sait que :
 $\forall z \in \mathbb{C}, \exists \theta \in \mathbb{R}, z = e^{i\theta}$.
 On en déduit donc que : $z^2 = e^{2i\theta}$.
- ✓ Soit z un complexe de module 1. On sait alors que :
 $\exists \theta \in \mathbb{R}, z = e^{i\theta}$.
 On en déduit donc que : $z^2 = e^{2i\theta}$.

Les noms de variables précédées d'un quantificateur doivent être libres : ils ne doivent pas correspondre à des variables déjà fixées.

Exemple 8

- ✗ Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tel que $x \leq y$. Montrons que :
 $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, x \leq y \implies f(x) \leq f(y)$.
 Alors...

- ✓ Montrons que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, x \leq y \implies f(x) \leq f(y)$.
 Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tel que $x \leq y$. Alors...

RÈGLE # 4. N'ÉCRIVEZ PAS $\forall$ OU $\exists$ DANS DES PHRASES

Le symbole « $\forall$ » ne peut être utilisé que dans une proposition logique : ce n'est pas une abréviation.

Exemple 9

- ✗ On sait que $\forall x \in \mathbb{R}$, le nombre x^2 est positif ou nul.
- ✓ On sait que pour tout $x \in \mathbb{R}$, le nombre x^2 est positif ou nul.
- ✓ On sait que : $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$.
- ✗ $\forall n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = n^2 + 1$.
- ✓ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = n^2 + 1$.

Il en est de même pour le symbole « $\exists$ ».

Exemple 10

- ✗ Montrons que $\exists \alpha \in \mathbb{R}$ tel que $\alpha^2 = 2$.
- ✓ Montrons que : $\exists \alpha \in \mathbb{R}, \alpha^2 = 2$.

RÈGLE # 5. FIXEZ LES OBJETS PROVENANT D'UN QUANTIFICATEUR $\exists$

Quand la variable α apparaît dans une assertion du type « $\exists \alpha \in E, \dots$ », alors α cesse d'être défini quand l'assertion mathématique se termine. Si vous voulez utiliser l'objet α de l'assertion, il faut l'introduire avec « il existe », et même le fixer si plusieurs α sont susceptibles de convenir.

Exemple 11

- ✗ On sait que : $\exists \alpha \in \mathbb{R}^+, \alpha^2 = 2$. On a alors : $\alpha^4 = 4$.
- ✓ On sait que : $\exists \alpha \in \mathbb{R}^+, \alpha^2 = 2$. Fixons un tel $\alpha \in \mathbb{R}^+$. On a alors : $\alpha^4 = 4$.

Exemple 12

- ✗ Comme n est pair, on a $n = 2p$.
- ✓ Comme n est pair, on a $n = 2p$, où $p \in \mathbb{Z}$.
- ✓ Comme n est pair, il existe $p \in \mathbb{Z}$ tel que $n = 2p$.

Exemple 13

✗ Grâce au théorème des valeurs intermédiaires, on sait que :

$$\exists \alpha \in \mathbb{R}^+, \quad \alpha^5 = \alpha^2 + 1.$$

Montrons que $\alpha \leq 2$.

✓ Grâce au théorème des valeurs intermédiaires, on sait qu'il existe $\alpha \in \mathbb{R}^+$ tel que $\alpha^5 = \alpha^2 + 1$. Fixons un tel $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Montrons que $\alpha \leq 2$.

✓ Grâce au théorème des valeurs intermédiaires, on sait que :

$$\exists \alpha \in \mathbb{R}^+, \quad \alpha^5 = \alpha^2 + 1.$$

Fixons un tel $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Montrons que $\alpha \leq 2$.

RÈGLE # 6. ATTENTION À L'UTILISATION DE $\Rightarrow$

Il est essentiel de comprendre que, point de vue logique/rédaction, « $\Rightarrow$ » n'est pas la même chose que « donc ». En effet :

- l'assertion « $P \Rightarrow Q$ » signifie que si P est vraie, alors Q est vraie aussi. L'assertion ne dit donc rien sur la valeur de vérité de P ou de Q . D'ailleurs on rappelle (voir le cours du **Chapitre (ALG) 1**) que si P est fausse, $P \Rightarrow Q$ est automatiquement vraie...
- En revanche, quand on écrit dans une démonstration « P donc Q », cela signifie que P est vraie, et que $P \Rightarrow Q$ est vraie (caché dans le « donc »), donc que Q est vraie aussi.

Ainsi, par exemple, si on considère qu'une année bissextile est une année dont le mois de février comporte au moins 29 jours :

- « Si février comporte 35 jours, alors l'année est bissextile » est une phrase vraie.
- « Février comporte 29 jours, donc l'année est bissextile » est une phrase fausse.

Dans la pratique, puisque dans une démonstration on travaille avec des propositions P vraies, c'est finalement la même chose ... **mais**, l'usage veut qu'*a minima* on ne mélange pas les deux types de rédaction (privilégiez même plutôt celle en français).

Exemple 14

✓ Pour $x \in \mathbb{R}$:

$$(x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 2x - 1.$$

✓ **[À privilégier]** Soit $x \in \mathbb{R}$. On a $(x-1)^2 \geq 0$, donc $x^2 - 2x + 1 \geq 0$, d'où $x^2 \geq 2x - 1$. Ainsi, on a montré que : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad x^2 \geq 2x - 1$.

RÈGLE # 7. ATTENTION À L'UTILISATION DE $\Leftrightarrow$

L'utilisation du symbole « $\Leftrightarrow$ » est réservée aux situations où l'on a vraiment besoin de l'implication réciproque. Ce peut être le cas lorsque l'on énonce un résultat.

Exemple 15

✓ Soit $t > 0$. Montrons que :

$$\exp(t) \geq 1 \Leftrightarrow t \geq 0.$$

✓ On a donc montré que :

$$\forall n \in \mathbb{Z}, \quad n^2 \equiv 1 [2] \Leftrightarrow n \equiv 1 [2].$$

✓ Soit $z \in \mathbb{C}^*$. D'après le cours, on sait que :

$$|z| = 1 \Leftrightarrow z^{-1} = \bar{z}.$$

Le symbole « $\Leftrightarrow$ » est bien souvent utilisé à tort. Ainsi, par exemple, il ne faut pas l'utiliser à la place de « donc ».

Exemple 16

✗ On vient de montrer que $3\alpha + 2 = -\alpha - 1$. Donc :

$$3\alpha + 2 = -\alpha - 1 \Leftrightarrow 4\alpha = -3 \Leftrightarrow \alpha = -\frac{3}{4}.$$

✓ On vient de montrer que $3\alpha + 2 = -\alpha - 1$. Ainsi, $4\alpha = -3$, donc $\alpha = -\frac{3}{4}$.

✓ On vient de montrer que $3\alpha + 2 = -\alpha - 1$. Or :

$$3\alpha + 2 = -\alpha - 1 \Leftrightarrow 4\alpha = -3 \Leftrightarrow \alpha = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Donc : } \alpha = -\frac{3}{4}.$$

En revanche, le symbole « $\Leftrightarrow$ » est souvent utilisé lors de la résolution d'une équation, d'une inéquation ou d'un système linéaire.

Exemple 17

✓ Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} (x+2)^2 \leq 9x-2 &\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2)(x-3) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions de l'équation est $[2, 3]$.

Exemple 18

✓ Soient $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. On a les équivalences suivantes :

$$\begin{cases} -x - y = -1, \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = -1, \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 0. \end{cases}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions du système considéré est $\{(1, 0)\}$.

2.3 Bonnes pratiques

Voici encore quelques règles qui rendront la lecture de vos preuves plus agréable.

BONNE PRATIQUE # 1. NE COMMENCEZ PAS UNE PHRASE PAR UN SYMBOLE MATHÉMATIQUE

Si le sujet de votre phrase est « x », commencez votre phrase par « Le réel x ... ». Cette règle permet d'éviter des ambiguïtés quand la phrase précédente se termine par un symbole mathématique.

Exemple 19

- ✗ On a $x \geq 2$. x est donc dans l'ensemble A .
- ✓ On a $x \geq 2$. Le réel x est donc dans l'ensemble A .

BONNE PRATIQUE # 2. N'UTILISEZ PAS « SOIT » POUR EXPRIMER UNE CONSÉQUENCE

Réservez l'utilisation du mot « Soit » à l'introduction de nouveaux objets, comme déjà présenté.

Exemple 20

- ✗ On a $x \leq y$, soit $x^2 \leq xy$ car $x \geq 0$.
- ✓ On a $x \leq y$, donc $x^2 \leq xy$ car $x \geq 0$.

BONNE PRATIQUE # 3. RÉDIGEZ CORRECTEMENT UNE DISCUSSION

Si vous devez exposer une situation où deux cas sont possibles, ne dites pas « Soit ...soit ... ». L'utilisation du mot « soit » est (encore !) réservée à l'introduction de nouveaux objets.

Exemple 21

- ✗ Posons $A = \pi^2 - 10$. Alors, soit $A \geq 0$, soit $A < 0$.
- ✓ Posons $A = \pi^2 - 10$. Alors $A \geq 0$ ou $A < 0$.

Dans un raisonnement comportant une discussion entre plusieurs cas possibles, introduisez le dernier cas par « Sinon », afin de montrer que la discussion est exhaustive.

Exemple 22

- ✗ Soit Δ le discriminant du trinôme.
 - ◇ Si $\Delta > 0$, alors...
 - ◇ Si $\Delta < 0$, alors...
 - ◇ Si $\Delta = 0$, alors...
- ✓ Soit Δ le discriminant du trinôme.
 - ◇ Si $\Delta > 0$, alors...
 - ◇ Si $\Delta < 0$, alors...
 - ◇ Sinon, $\Delta = 0$, et alors...

BONNE PRATIQUE # 4. UTILISEZ CORRECTEMENT « TEL QUE »

La locution « tel que » sert à apporter une information supplémentaire, une contrainte à laquelle est soumise l'objet dont on parle.

Exemple 23

- ✗ Soit $x \in \mathbb{R}^+$ tel que $x \geq 0$.
- ✓ Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que $x \geq 0$.
- ✓ Soit $x \in \mathbb{R}^+$.