TD - Lois de l'optique géométrique

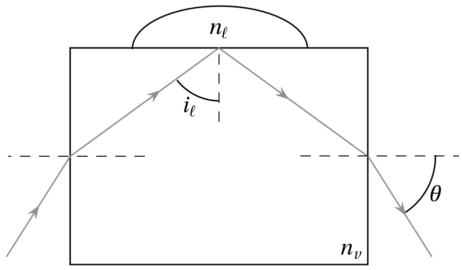
Conseils :
- Commencer pas un dessin soigné, y mettre toutes les données.
- Pour construire l'image d'un rayon par un miroir, toujours commencer par placer l'image d'un point (symétrique / miroir)
- Ne pas hésiter sur les triangles (angles alternés, définition des sin, cos, tan)
- Penser à $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$ (angles entre 0 et 90 °)
- La calculatrice doit être en degrés...

1 Étude de miroirs plan

1) Prenons deux miroirs orthogonaux. Combien d'images possède un point A situé à égale distance des deux miroirs ?
2) On considère 3 miroirs plans deux à deux orthogonaux. Un rayon incident quelconque se réfléchit successivement sur chacun des trois miroirs. Déterminer sans calculs les caractéristiques du rayon émergent (on pourra s'aider d'un schéma à deux dimensions). Donner une application de ce dispositif.
3) Une personne mesurant 1.80 m s'observe dans un miroir, ses yeux sont situés à une hauteur de 1.70 m. Quelle doit être la dimension minimale du miroir et comment doit être positionné le miroir sur le mur pour que la personne puisse voir son image en totalité ? Est-ce que la distance de la personne au miroir est importante ?

Rép : 3 images ; 0,9 m

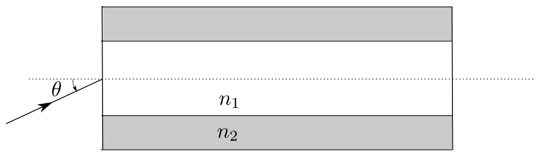
2 Réfractomètre



En chimie, une des méthodes de caractérisation d'un liquide est la mesure de son indice de réfraction grâce à un réfractomètre. Dans cet appareil, une goutte de liquide d'indice n_ℓ inconnu est déposée à la surface d'un bloc de verre d'indice $n_v = 1.50$. L'indice de l'air est supposé égal à 1 .
Un rayon lumineux est envoyé dans le système et on repère l'angle de sortie θ pour lequel il y a réflexion totale à l'interface entre la goutte et le bloc de verre.
1) Exprimer l'angle limite de réflexion totale i_ℓ en fonction de n_ℓ et n_v.
2) En déduire l'expression de n_ℓ en fonction de n_v et θ.
3) Faire l'application numérique pour $\theta = \pi/6$.
4) Quel est l'indice n_ℓ maximal pouvant être mesuré ?

Rép : $n_\ell = \sqrt{n_v^2 - \sin^2\theta} = 1,41$

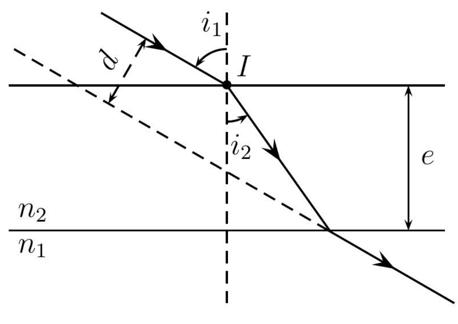
3 Fibre optique à saut d'indice ⇒ COURS



On considère une fibre optique, constituée d'un cœur d'indice optique n_1 et d'une gaine d'indice optique n_2. On envoie en entrée un rayon lumineux avec une incidence θ :
1) Quelle doit être la condition sur n_1 et n_2 pour que la fibre guide effectivement le rayon lumineux sur une longue distance ?
Faire un schéma représentant la suite du parcours du rayon.
2) Déterminer l'angle θ_m maximal tel que le rayon reste guidé dans la fibre. Application numérique pour $n_2 = 1,48$ et $n_1 = 1,5$.
3) On considère une fibre optique de longueur L, et un rayon arrivant en entrée sous une incidence θ. L'angle initial dans la fibre est noté θ_0.
Donner l'expression de la distance d parcourue par ce rayon entre son entrée et sa sortie de la fibre, en fonction de L et de θ_0. En déduire le temps qu'il met à parcourir la fibre en fonction de L, θ_0, c et des indices.
4) On envoie une impulsion lumineuse sous la forme d'un faisceau conique convergent vers l'entrée de la fibre. L'angle d'ouverture du cône est θ_m. On a donc des rayons qui arrivent inclinés avec des angles compris entre 0 et θ_m. Donner l'expression de la différence de temps de parcours entre le rayon le plus rapide et le rayon le plus lent. En déduire le temps Δt minimal qui doit séparer deux impulsions en entrée de la fibre. On prendra $L = 1,0$ km. En déduire la fréquence maximale à laquelle est transmise l'information.

Rép : $\sin\theta_m = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}; \Delta t = \frac{n_1 L}{c}(\frac{1}{\cos\theta_m} - 1) = 0,15\mu s; f = 6,5$ Mhz

4 Déviation par une vitre



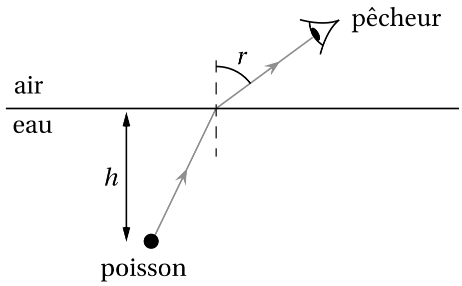
On considère une vitre de verre, d'épaisseur $e = 1,0$ cm, et un rayon arrivant dessus avec une incidence i_1. On note $n_1 \simeq 1$ l'indice de l'air et $n_2 = 1,5$ l'indice du verre.
1) Montrer que le rayon sortant de la vitre le fait avec un angle d'incidence égal à i_1.
2) Y a-t-il toujours un rayon sortant, ou peut-il y avoir réflexion totale quelque part ?
3) Donner l'expression de la déviation d du rayon lumineux en fonction de e, i_1 et i_2.

4) Déduire de la relation précédente que l'on a $d = \left(1 - \dfrac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2}\right) e \sin i_1$. On donne $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$
5) En déduire une expression de d dans laquelle ne figure plus que i_1, e et n_1 et n_2.
6) Calculer numériquement la déviation pour $i_1 = 45°$.

Rép : $d = e\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}$; $d = \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{\sqrt{n_2^2 - (n_1 \sin i_1)^2}}\right) e \sin i_1 = 3$ mm

5 A la pêche

1) On considère un poisson supposé ponctuel situé à une profondeur $h = 50$ cm. Un pêcheur observe, avec un angle $r = 30°$, l'image du poisson au travers du dioptre formé par la surface de l'eau (figure 3). On note $n_e = 1.33$ l'indice de l'eau et l'air est supposé d'indice 1.



a) Reproduire le schéma et dessiner l'image du poisson vu par le pêcheur.
b) Déterminer la profondeur h_1 de l'image du poisson vu par le pêcheur en fonction de r, n_e et h.
2) Le poisson précédent se cache à une profondeur h sous le centre d'un nénuphar circulaire de rayon $R = 10$ cm. Un pêcheur cherche à observer le poisson depuis la surface.
a) Quel phénomène permet au poisson de ne pas être observé par le pêcheur où qu'il se place ? Faire le schéma du cas limite.
b) Déterminer la profondeur maximale $h_{\max}$ jusqu'à laquelle le poisson ne pourra jamais être vu par le pêcheur.

Rép : $h_1 = \frac{h}{n_e}\sqrt{\frac{1-\sin^2(r)}{1-(\sin(r)/n_e)^2}} = 35$ cm ; $h_{\max} = R\sqrt{(n_e^2 - 1)} = 8.8$ cm

6 Dioptre plan - Lame à faces parallèles dans les conditions de Gauss

1) Un dioptre plan est une surface séparant deux milieux homogènes et isotropes d'indices n et n' : A$'$ ' étant l'image de A, H le projeté orthogonal de A sur le dioptre, exprimer la relation entre HA et HA' dans les conditions de Gauss (petits angles d'incidence).
2) Une lame à faces parallèles, d'épaisseur e, donne de A une image A'. Exprimer AA'.

Rép : $\dfrac{n}{\overline{HA}} = \dfrac{n'}{\overline{HA'}}; \overline{AA'} = e(1 - \dfrac{1}{n})$

7 Problème ouvert

Un thermomètre est constitué d'un tube de verre d'indice n, de rayons interne R_1 et externe R_2. A quelle condition sur R_1 et R_2 le mercure semble-t-il remplir tout le tube ?

Rép : $R_2 = nR_1$