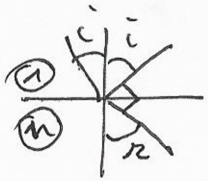
Modéliser la lumière

EC 1



géométriquement $i + r = \frac{\pi}{2}$, donc Descartes donne

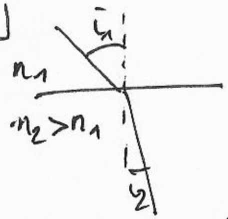
$$\sin i = n \sin(90 - i) = n \cos i$$

$\Leftrightarrow \tan i = n \Leftrightarrow \underline{i = \arctan n = 56°}$

EC2 :

1) air → eau

2)



comme $n_2 > n_1$, descartes implique $\sin i_2 < \sin i_1 \Rightarrow i_2 < i_1 \Rightarrow i_2$ ne peut "dépasser" 90°, il y a toujours 1 rayon refracté.

3) A la limite, $i_1 = 90° \Rightarrow \sin i_{2m} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{1,3} \Rightarrow i_{2m} = 50°$

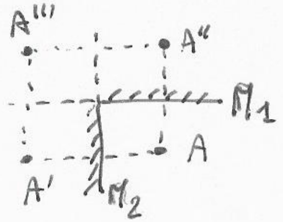
EC3

1) eau → air

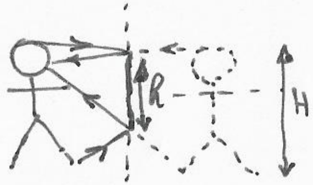
2) Maintenant $i_2 > i_1 \Rightarrow$ il y a 1 angle i_1 pour lequel i_2 n'existe plus.

3) A la limite, $i_2 = 90° \Rightarrow \sin i_{1lim} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1,3} = 50°$

Etude de miroirs plans

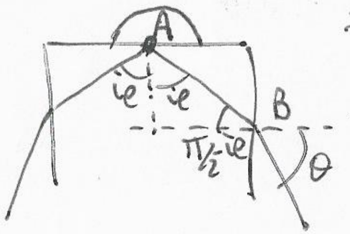
1) 

2) Chaque reflexion inverse une des 3 composantes du rayon. Au bout de 3 reflexions, le rayon repart en sens inverse
⇒ catadioptre

3) 

par symetrie / plan du miroir, $h = H/2$, independamment de la place du miroir.

Refractomètre



1) Reflexion totale en A : $i_\ell = \text{Arcsin}\left(\frac{n_e}{n_v}\right)$

2) Descartes en B $\quad \sin\theta = n_v \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_\ell\right)$

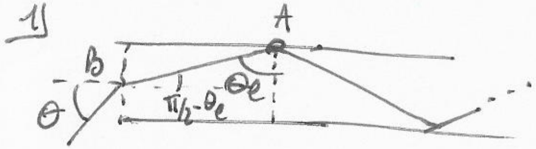
$$\Leftrightarrow \sin\theta = n_v \cos i_\ell = n_v\sqrt{1-\sin^2 i_\ell}$$
$$= n_v\sqrt{1-\frac{n_e^2}{n_v^2}}$$
$$= \sqrt{n_v^2 - n_e^2}$$

il vient $n_e = \sqrt{n_v^2 - \sin^2\theta}$

3) AN : $n_e = 1{,}41$

4) La reflexion totale disparait si n_e atteint $n_v = 1{,}5$

Fibre optique (cours, savoir refaire)

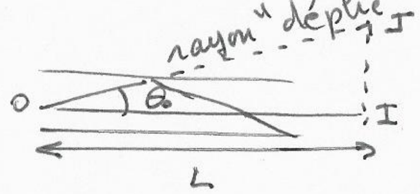
1) 

reflexion totale en A ⇒ à la limite $\theta_\ell = \text{Arcsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \overset{AN}{=} 80{,}6°$

⇒ $n_1 > n_2$ nécéssaire

2) Refraction en B : $\sin\theta_m = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_\ell\right) = n_1 \cos\theta_\ell$
$$= n_1\sqrt{1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$\sin\theta_m = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
$\overset{AN}{\Rightarrow} \theta_m = 14°$

3) 

$\begin{cases} OI = L \\ OJ = \frac{L}{\cos\theta_0} = d \end{cases}$

⇒ temps de parcours $\tau = \frac{d}{v_{lum}} = \frac{n_1 d}{c} = \frac{n_1 L}{c\cos\theta_0}$

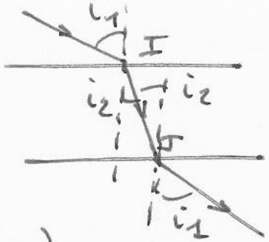
4) Trajet rapide OI ⇒ $\tau_1 = \frac{n_1 L}{c}$
lent OJ, angle max θ_m ⇒ $\tau_2 = \frac{n_1 L}{c\cos\theta_m}$

Donc $\tau_2 - \tau_1 = \frac{n_1 L}{c}\left(\frac{1}{\cos\theta_m} - 1\right) \leq \Delta t$ séparant 2 impulsions discernables $\left(\Delta t = \frac{1}{f}\right)$

AN : $\Delta t = 0{,}15\,\mu s$, $f = 6{,}5\,MHz$ (très mauvaise bande passante !)

→ En vert : discussion de la formule obtenue : marche-t-elle pour des cas particuliers ?

Déviation par 1 vitre



1] en I : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

en J : $n_1 \sin i_3 = n_2 \sin i_2$

$\Rightarrow i_3 = i_1$

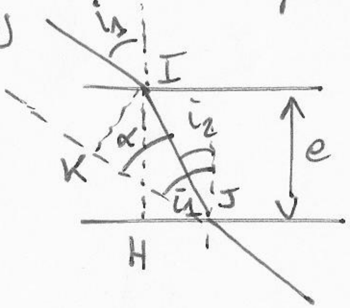
(ou par symétrie du problème)

2] En I, $n_2 > n_1 \Rightarrow$ refraction à coup sûr

En J $i_2 < i_{lim}$ (sinon il n'y aurait pas eu de i_2 en I)

$\Rightarrow$ pas de reflexion totale en J

3]



triangle IJK ($\alpha = i_1 - i_2$)

$d = IK = IJ \sin\alpha$

or $IJ = \frac{IH}{\cos i_2}$ (triangle IJH)

$\Rightarrow d = e\,\frac{\sin(i_1-i_2)}{\cos i_2}$ → si $n_1 = n_2$, $i_1 = i_2$ et $d = 0$

4] $\sin(i_1 - i_2) = \sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1$

Donc $d = e\left(\sin i_1 - \underbrace{\sin i_2}_{=\frac{n_1}{n_2}\sin i_1}\,\frac{\cos i_1}{\cos i_2}\right)$

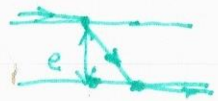
5] Reste à éliminer $\cos i_2 = \sqrt{1-\sin^2 i_2} = \sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)^2}$

Donc $d = e\sin i_1\left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2\sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)^2}}\right) = e\left(1 - \frac{n_1\cos i_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i_1}}\right)\sin i_1$

6] AN : $d \simeq 3$ mm.

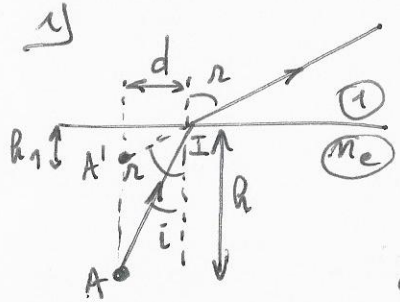
→ si $n_1 = n_2$, on retrouve bien $d = 0$

→ si $i_1 = \frac{\pi}{2}$, on a $d = e$, OK :



A la pêche

1]



$h = \frac{d}{\tan i} = \frac{d\cos i}{\sin i}$

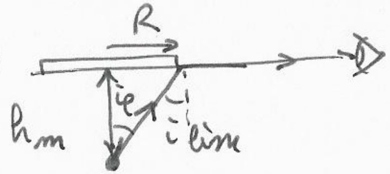
or $n_e \sin i = \sin r$

$\Rightarrow h = \frac{n_e d\sqrt{1-\sin^2 r/n_e^2}}{\sin r}$

de m̂, $h_1 = d\,\frac{\sqrt{1-\sin^2 r}}{\sin r}$

donc $\frac{h_1}{h} = \frac{1}{n_e}\sqrt{\frac{1-\sin^2 r}{1-\sin^2 r/n_e^2}} \xrightarrow{AN} h_1 = 35$ cm → si $n_e = 1$, $h_1 = h$.

2]



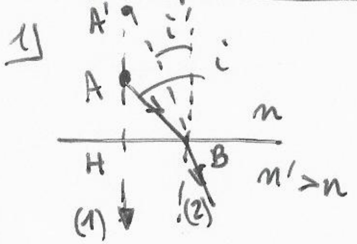
Au mieux, le pêcheur est au ras de l'eau, ($r = 90°$)

$\Rightarrow \sin(i_\ell) = \frac{1}{n_e} = \frac{R}{\sqrt{R^2+h_m^2}}$

D'où $h_m = R\sqrt{n_e^2 - 1} \overset{AN}{=} 8,8$ cm

→ si $n_e = 1$, $h_m = 0$ (l'oeil voit "en ligne droite", impossible de se cacher)

Dioptre plan, lame à faces //

1] 

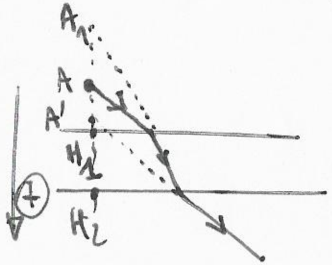
A' à l'intersection de (1) et (2) (stigmatisme)

Descartes $n \sin i = n' \sin i'$

$$\left.\begin{aligned} \sin i &\simeq \tan i = \frac{\overline{HB}}{\overline{HA}} \\ \sin i' &= \frac{\overline{HB}}{\overline{HA'}} \end{aligned}\right\} \text{petits angles (Gauss)}$$

Donc $\boxed{\frac{n}{\overline{HA}} = \frac{n'}{\overline{HA'}}}$ (H) + AH + petit que A'H sur le dessin ⇒ cohérent

2] lame = 2 dioptres : $A \xrightarrow{D_1} A_1 \xrightarrow{D_2} A'$

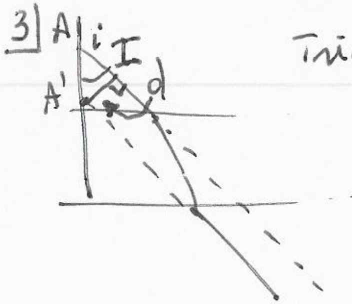


D_1 : $\frac{1}{\overline{H_1A}} = \frac{n}{\overline{H_1A_1}} \Rightarrow \overline{H_1A_1} = n\,\overline{H_1A}$

Donc $\overline{H_2A_1} = -e + n\,\overline{H_1A}$

D_2 : $\frac{n}{\overline{H_2A_1}} = \frac{1}{\overline{H_2A'}} \Rightarrow \overline{H_2A'} = \frac{\overline{H_2A}}{n} = \overline{H_1A} - \frac{e}{n}$

Donc $\overline{H_1A} - \frac{e}{n} = \overline{H_2A'} = \underbrace{\overline{H_2H_1}}_{-e} + \overline{H_1A'} \Rightarrow \underbrace{\overline{AH_1} + \overline{H_1A'}}_{\overline{AA'}} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

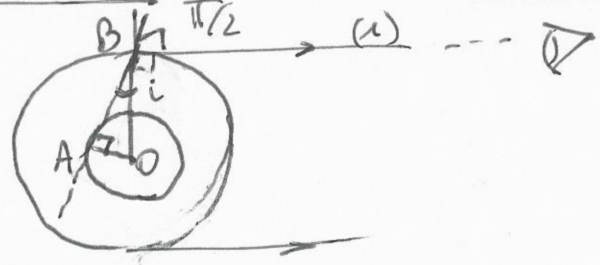
3] 

Triangle AIA' rectangle

$d = AA' \sin i \underset{\text{Gauss}}{\simeq} AA' i = ei\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

→ si $n = 1$, on a bien $d = 0$!

Thermométrie



L'oeil voit le tube rempli si le rayon (1) tangente le mercure dans le verre

$$\left.\begin{aligned} &\text{On a sur le dessin } \sin i = \frac{OA}{OB} = \frac{R_1}{R_2} \\ &\text{Or Descartes} \Rightarrow \sin\frac{\pi}{2} = n \sin i = 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{R_2 = n R_1}$$