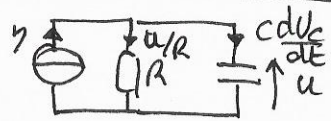


# Transitoires ordre 1

RC, échelon de courant. Appliquons la méthode classique:



① On complète le schéma uniquement avec U, la loi des nœuds donne

$$i = \frac{u}{R} + C \frac{du}{dt} \Rightarrow \frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = \frac{I_0}{C}$$

② à  $t=0^-$ ,  $u_c=0 \Rightarrow$  à  $t=0^+$   $u_c=0$   
(continuité de  $u_c$ )

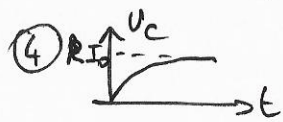
③ - ESSN:  $u_c + \frac{u_c}{\tau} = 0$  solution homogène  $S_H = A e^{-t/\tau}$

- Sol part:  $u_c = R I_0$  (pour  $\frac{du_c}{dt} = 0$ )

$\Rightarrow$  sol générale:  $u_c = A e^{-t/\tau} + R I_0$

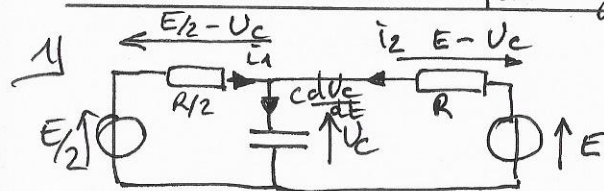
- Application CI:  $u_c(t=0) \stackrel{\text{sol}}{\stackrel{\text{gale}}{=}} A + R I_0 \stackrel{\text{CI}}{=} 0 \Rightarrow A = -R I_0$

Finalement,  $u_c(t) = R I_0 (1 - e^{-t/\tau})$



⑤ Pour  $t \rightarrow \infty$ ,  $u_c = \text{cte}$ , donc plus de courant dans C  $\Rightarrow I_0$  traverse R et donc  $U_{\infty} = R I_0$ . C'est bon!

## Condensateur alimenté par 2 générateurs



On a  $i_1 = \frac{E/2 - u_c}{R/2} = \frac{E - 2u_c}{R}$   
 $i_2 = \frac{E - u_c}{R}$

La loi des nœuds donne  $i_1 + i_2 = C \frac{du_c}{dt}$ , soit:

$$E - 2u_c + E - u_c = RC \frac{du_c}{dt} \Leftrightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{3u_c}{RC} = \frac{2E}{RC} \quad (1)$$

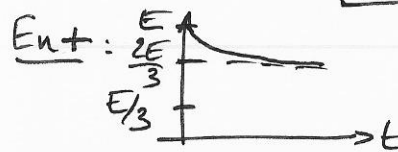
2. (1) a pour solution générale  $u_c = \underbrace{A e^{-t/\tau}}_{S_H} + \underbrace{\frac{2}{3}E}_{S_P}$ ,  
avec  $\tau = \frac{RC}{3}$

- à  $t=0^+$ :

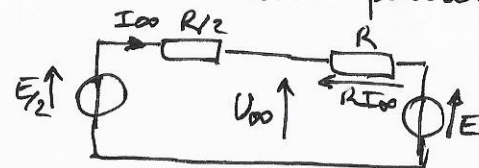


par continuité, à  $t=0^+$ :  $E = A + \frac{2}{3}E \Rightarrow A = \frac{E}{3}$

Finalement  $u_c = \frac{E}{3} (e^{-t/\tau} + 2)$



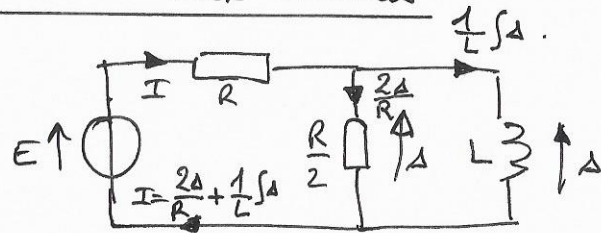
À  $t \rightarrow \infty$ , schéma équivalent:



Par exemple pour  $I_{\infty} = \frac{E/2 - E}{3R/2} = -\frac{E}{3R}$ , et donc  
(Ld. mailles à droite)  $U_{\infty} = E + R I_{\infty} = \frac{2E}{3}$  (ouf!)

## Circuit RL à deux mailles

① Equadiff:



(on note  $\int \Delta = \int_0^t \Delta(t) dt$ , donc  $\Delta = L \frac{di_L}{dt}$  note  $i_L = \frac{1}{L} \int \Delta$ )

Loi des mailles :  $E = RI + \Delta = R \left( \frac{2\Delta}{R} + \frac{1}{L} \int \Delta \right) + \Delta$ .

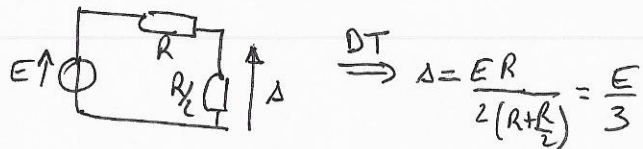
$\Leftrightarrow E = 3\Delta + \frac{R}{L} \int \Delta$ .

on dérive pour avoir une équation différentielle sur  $\Delta$ :

$$\frac{d\Delta}{dt} + \frac{R}{3L} \Delta = 0 \Leftrightarrow \left[ \frac{d\Delta}{dt} + \frac{\Delta}{\tau} = 0 \right] \tau = \frac{3L}{R}$$

② Cond initiale : **ATTENTION!** A  $t=0$   $\Delta$  n'est pas continue! c'est  $i_L$  qui l'est.

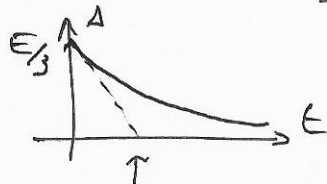
À  $t=0$ ,  $i_L=0$ , bobine  $\Leftrightarrow$  / - , le schéma devient



DT  $\Rightarrow \Delta = \frac{ER}{2(R+\frac{R}{2})} = \frac{E}{3}$

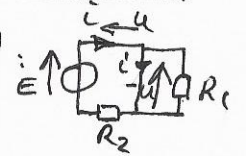
③ Solution :  $\Delta \stackrel{SG}{=} A e^{-t/\tau}$ , à  $t=0$ ,  $\Delta \stackrel{SG}{=} A \stackrel{CI}{=} \frac{E}{3}$

$\Rightarrow \Delta(t) = \frac{E}{3} e^{-t/\tau}$

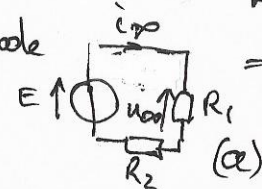


## Sur tension à l'ouverture d'un circuit inductif

1) Régime permanent  $\Rightarrow$  bobine  $\Leftrightarrow$  fil :  $\begin{cases} u=0 \\ i = \frac{E}{R_2} \end{cases}$



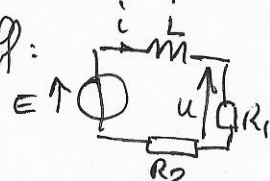
2) Même méthode  $\Rightarrow \begin{cases} u_{\infty} = \frac{R_1}{R_1+R_2} E \text{ (DT)} \\ i_{\infty} = \frac{E}{R_1+R_2} \text{ (Pouillet)} \end{cases}$



3) Continuité de  $i$  dans la bobine :  $i(0^+) = i(0^-) = \frac{E}{R_2}$   
le schéma (a) montre  $u(0^+) = R_1 i(0^+) = \frac{R_1}{R_2} E \stackrel{AN}{=} 50 E$  (grande surtension)

4)  $R_1$  absente  $\Leftrightarrow R_1 \rightarrow \infty \Rightarrow u(0^+) \rightarrow \infty$ , la tension sera suffisante pour rendre l'air conducteur (étincelle)

5) ① Eq diff:  $\underline{Ldm}: E = L \frac{di}{dt} + (R_1+R_2) i$



$\Leftrightarrow \left[ \frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{E}{L} \right], \tau = \frac{R_1+R_2}{L}$

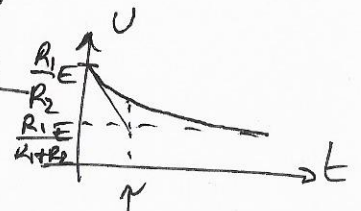
② SG :  $i = \underbrace{A e^{-t/\tau}}_{SH} + \underbrace{\frac{E}{R_1+R_2}}_{SP}$ , obtenue pour  $\frac{di}{dt}=0$

③ Application CI à  $t=0$  :  $i(0^+) \stackrel{SG}{=} A + \frac{E}{R_1+R_2} \stackrel{CI}{=} \frac{E}{R_2}$

Donc  $A = E \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1+R_2} \right) = E \frac{R_1}{R_2(R_1+R_2)}$

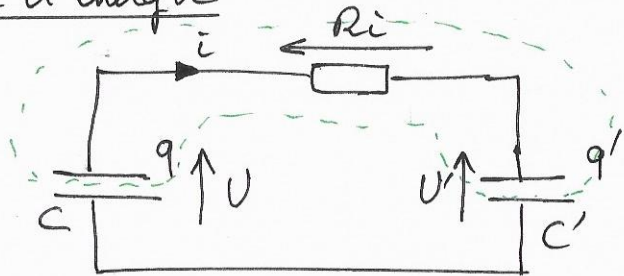
Donc  $i(t) = \frac{E}{R_1+R_2} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} e^{-t/\tau} \right)$

et  $u(t) = \frac{R_1 E}{R_1+R_2} \left( 1 + \frac{R_2}{R_2} e^{-t/\tau} \right)$



## Bilan d'énergie

1)



⚠ ici C en convention générateur  $\Rightarrow \dot{q} = -\frac{dq}{dt}$   
 C' récepteur  $\Rightarrow \dot{q}' = +\frac{dq'}{dt}$  Retenir!

2) On a donc  $\frac{dq}{dt} = -\frac{dq'}{dt} \Leftrightarrow \frac{d}{dt}(q+q') = 0$ ,

donc  $q+q' = \text{cte} \stackrel{CI}{=} Q + 0$  par intégration-  
 (à  $t=0$ )

(Autre justification physique: le système entouré en vert, qui contient  $q$  et  $q'$ , est isolé électriquement  $\Rightarrow$  sa charge est constante:  $q+q' = \text{cte} = Q$ )

3) La Ldm s'écrit:  $U = Ri + U'$ . On exprime tout en fonction de  $q$ :  $\frac{q}{C} = -R \frac{dq}{dt} + \frac{Q-q}{C'}$

$$\Leftrightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{R} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C'} \right) = \frac{Q}{RC'} \quad (1) \Leftrightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{Q}{RC'}$$

(1) a pour SG  $q = Ae^{-t/\tau} + \frac{Q\tau}{RC'} = Ae^{-t/\tau} + \frac{QC}{C+C'}$   $\tau = R \frac{CC'}{C+C'}$

La CI (à  $t=0$ ,  $q=Q$ ) donne  $Q = A + \frac{QC}{C+C'} \Rightarrow A = \frac{QC'}{C+C'}$

$$\Rightarrow \text{Finalement } q = \frac{Q}{C+C'} (C'e^{-t/\tau} + C)$$

4) A l'équilibre ( $t \rightarrow \infty$ ):  $q_{\infty} = \frac{QC}{C+C'}$ ,  $q'_{\infty} = \frac{QC'}{C+C'}$

on vérifie que  $\begin{cases} U = \frac{q_{\infty}}{C} = U' = \frac{q'_{\infty}}{C'} \\ q_{\infty} + q'_{\infty} = Q \end{cases} \Rightarrow$  on aurait pu le déterminer avec ces 2 équations

5) Énergie stockée: • à  $t=0$   $E_i = \frac{Q^2}{2C}$

• à  $t \rightarrow \infty$ :  $E_f = \frac{q_{\infty}^2}{2C} + \frac{q'_{\infty}^2}{2C'} = \frac{Q^2}{2(C+C')} \left( \frac{C^2}{C^2} + \frac{C'^2}{C'^2} \right)$

$$E_f = \frac{Q^2}{2(C+C')}$$

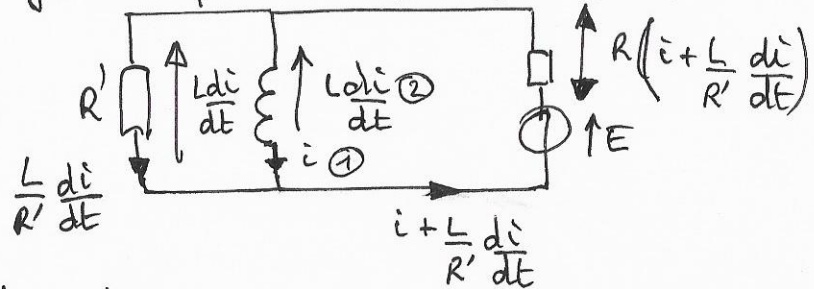
L'énergie dissipée dans la résistance vaut

donc  $E_R = E_i - E_f = \frac{Q^2}{2} \left( \frac{1}{C} - \frac{1}{C+C'} \right) = \frac{Q^2}{2} \frac{C'}{C(C+C')} > 0$  (ouf!)

## Etablissement du courant dans une bobine

1)

Le schéma donne, en jonglant avec  $L_{dm}$   $L_{dn}$ , en ne gardant que  $i$  comme inconnue:



La Ldm donne donc  $E = R(i + \frac{L}{R'} \frac{di}{dt}) + L \frac{di}{dt}$  (1)

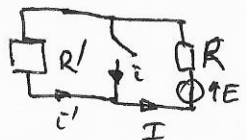
$$(1) \Rightarrow L \frac{di}{dt} \left(1 + \frac{R}{R'}\right) + Ri = E \Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{-RR'}{(R+R')L} i = \frac{ER'}{L(R+R')}$$

Soit  $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{i_{\infty}}{\tau}$  (2) avec  $\begin{cases} \tau = L \frac{R+R'}{RR'} = L \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) \\ i_{\infty} = \frac{E}{R} \end{cases}$

Rq: de manière équivalente, on peut écrire (1)

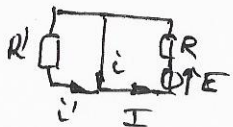
sous la forme  $i + \tau \frac{di}{dt} = i_{\infty} : i + \frac{di}{dt} \left(L \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)\right) = \frac{E}{R}$

2) • À  $t=0$  (bobine initialement sans courant  $\Leftrightarrow -/-$ ):



alors  $\begin{cases} i=0 \\ i' = E/(R+R') \\ I = E/(R+R') \end{cases}$  Pour l'let

• À  $t \rightarrow \infty$  (bobine  $\Leftrightarrow$  fd):



alors  $\begin{cases} i = I = \frac{E}{R} \\ i' = 0 \text{ (R' court circuitée)} \end{cases}$

3) (2) a pour SG:  $i = A e^{-t/\tau} + \frac{E}{R}$ .

CI: à  $t=0$ ,  $i(t=0) \stackrel{SG}{=} A + \frac{E}{R} \stackrel{CI}{=} 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R}$

Donc  $i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$

D'après la q1:  $i' = \frac{L}{R'} \frac{di}{dt} = \frac{LE}{RR'} e^{-t/\tau} = \frac{E}{(R+R')} e^{-t/\tau}$

De même,  $I = i + i'$

$$= \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau}) + \frac{E}{(R+R')} e^{-t/\tau}$$

$$I = \frac{E}{R} + e^{-t/\tau} \frac{E}{R} \left(\frac{1}{R+R'} - 1\right) = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{R'}{R+R'} e^{-t/\tau}\right)$$

on retrouve bien  $i'(0) = I(0) = \frac{E}{R}$  (OK)

$$I(\infty) = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{R'}{R+R'}\right) = \frac{E}{R+R'} \text{ (OK)}$$

$$i'(\infty) = 0 \text{ (OK)}$$

3)  $V_C$  est décroissante, la valeur finale est atteinte à 1% pour  $t_1$  telle que:

$$V_C(t_1) = \frac{101}{101} \times \frac{2}{3} E = \frac{2}{3} E (2 + e^{-t_1/\tau})$$

$$\Leftrightarrow e^{-t_1/\tau} + 2 = 2,02 \Rightarrow \underline{t_1 = -\tau \ln 0,02 = 3,9 \tau}$$

( $\Delta$  on ne trouve pas  $5\tau$ ... ce n'est pas 1 échelon de tension (passage de 0 à E ou E à 0))

4) La puissance dissipée l'est dans les résistances:

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R} = \frac{(E - U_C)^2}{R} = \frac{E^2}{9R} (e^{-t/\tau} - 1)^2 = \frac{E^2}{9R} (e^{-2t/\tau} - 2e^{-t/\tau} + 1)$$

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R/2} = \frac{2E^2}{9R} (e^{-t/\tau} - \frac{1}{2})^2 = \frac{2E^2}{9R} (e^{-2t/\tau} - e^{-t/\tau} + \frac{1}{4})$$

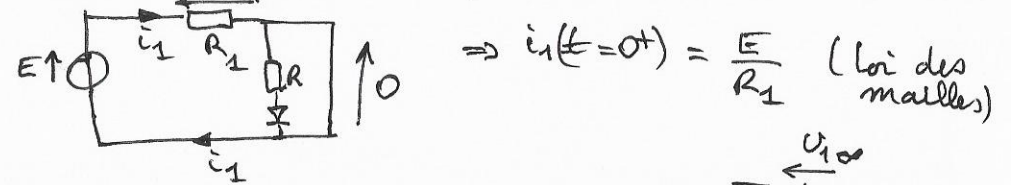
$$\boxed{P_{TOT} = \frac{E^2}{9R} (3e^{-2t/\tau} - 4e^{-t/\tau} + \frac{3}{2})}$$

Rq:  $P_{TOT}(t \rightarrow \infty) = \frac{E^2}{6R}$ . On retrouve cela sur le schéma équivalent, on a trouvé  $I_{\infty} = \frac{E}{3R} \Rightarrow P_{TOT}(t \rightarrow \infty)$  a pour valeur

$$P_{TOT}(t \rightarrow \infty) = (R + \frac{R}{2}) I_{\infty}^2 = \frac{3R}{2} \frac{E^2}{9R^2} = \frac{E^2}{6R} \quad (\text{ouf!})$$

## Conditions initiales - Etat d'équilibre

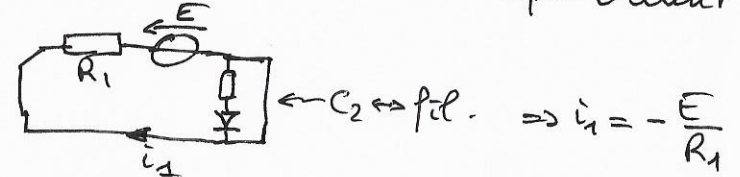
1) On dessine le circuit équivalent à  $t=0^+$  ( $C \leftrightarrow f.e$ )



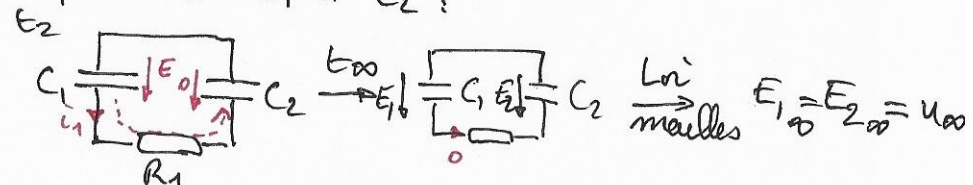
2) En R.P.,  $C \leftrightarrow \text{f.e}$   $\Rightarrow$  schéma

Donc  $\begin{cases} U_1 = E \\ U_2 = 0 \end{cases}$

3)  $C_1$  est chargé sous E, quand on ferme l'interrupteur en position 2, il se comporte (pour un instant) comme 1 générateur de tension E. Schéma équivalent à  $t_2^+$ :



4) Pour  $t > t_2$ ,  $i_1$  reste négatif, la diode est donc bloquée, elle se comporte comme un interrupteur ouvert. Les charges initialement sur  $C_1$  vont se répartir sur  $C_1$  et  $C_2$ :



Conservation de la charge:  $C_1 E = q_1 = q_{1\infty} + q_{2\infty} = C_1 E_{\infty} + C_2 E_{\infty} = (C_1 + C_2) U_{\infty}$

$$\Rightarrow U_{1\infty} = U_{2\infty} = \frac{C_1 E}{C_1 + C_2}$$