DS Physique - 3h - calculatrice INTERDITE

Consignes impératives

- Les réponses devront être justifiées.
- Les questions NON NUMÉROTÉES, dont les résultats ne sont pas HOMOGÈNES, les expressions littérales pas ENCADRÉES, les applications numériques pas SOULIGNÉES, NE SERONT PAS CORRIGÉES.
- L'exercice 1 DOIT ÊTRE ABORDÉ en premier, SUR UNE FEUILLE SÉPARÉE, il sera ramassé en premier au bout de 30-45 minutes.

Exercice 1 : échange d'énergie entre deux condensateurs

On relie à $t = 0$ deux condensateurs identiques de capacité C par une résistance R ; leurs charges initiales, portées par les armatures supérieures, sont respectivement $q(t = 0) = Q$ et $q'(t = 0) = 0$.

1 - Justifier que $q(t) + q'(t) = Q, \forall t$

2 - Déterminer alors l'expression de $q(t)$.

3 - Préciser l'état d'équilibre du système. Était-ce prévisible ?

4 - Faire un bilan énergétique : on comparera les énergies stockées dans les condensateurs au début et à la fin, et l'énergie dissipée par effet joule dans la résistance.

Problème 1 : Sonde de température

La température est après le temps, la deuxième grandeur physique la plus fréquemment mesurée.Le problème étudie différents dispositifs de mesure utilisant les variations de résistance d'une sonde de platine. Lorsque la température varie, la résistance R de la sonde varie et donc également la tension à ses bornes.
La résistance R varie selon la loi :

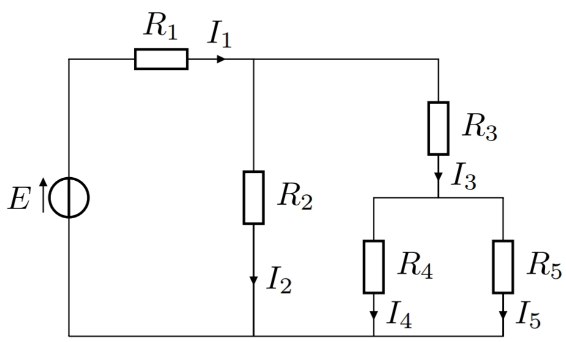
$$R(T) = A(1 + \alpha T)$$

où α et A sont considérées comme des constantes dans le domaine de températures envisagé. La température T est exprimée en degrés Celsius.
On donne les valeurs suivantes pour A et α :

$$A = 100\,\text{USI} \quad \text{et} \quad \alpha = 5.10^{-3}\text{USI}$$

où USI signifie, unité du système international.
Les parties A, B et C de cet exercice sont indépendantes.

A - Prise en main du dispositif électrique



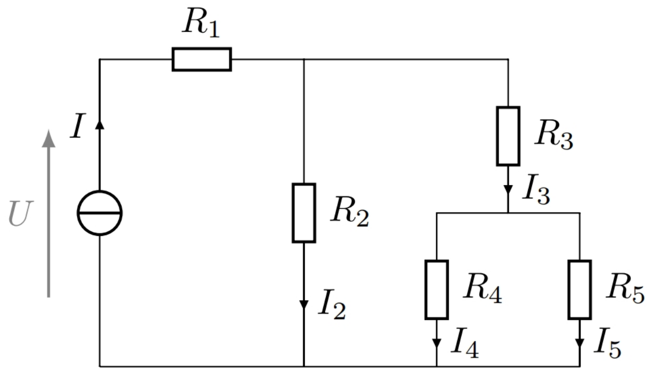
On considère le circuit ci-contre, où les résistances repérées par R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5 ont **toutes la même valeur R**.

1 - Simplifier le circuit pour que celui-ci ne contienne plus qu'une seule maille avec une résistance R' (que l'on exprimera en fonction de R) et le générateur de f.é.m. E.

En déduire l'expression de I_1 à l'aide de R et E.

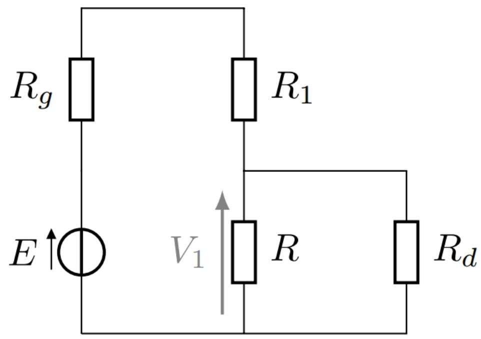
2 - Simplifier à nouveau le circuit pour qu'il ne contienne que le générateur de f.é.m. E, les résistances R_1 et R_2 et une seule résistance en parallèle de R_2 appelée R'' (que l'on exprimera en fonction de R). En déduire l'expression de I_2 à l'aide de R et E.

3 - On remplace, dans le montage, la source idéale de tension E par une source idéale de courant d'intensité constante I_0. Utiliser la méthode de votre choix pour déterminer les intensités I et I_2 ainsi que la tension U aux bornes du générateur de courant en fonction des paramètres I et R.



B - Montage potentiométrique simple

La sonde est insérée dans le circuit ci-contre. R_d est la résistance représentant le comportement d'un voltmètre branché aux bornes de la sonde.



$$E = 10,0 \text{ V et } R_1 + R_g = 700\Omega$$

4 - Exprimer V_1 en fonction de R_1, R, R_g, R_d et E.

5 - Comment doit-on choisir R_d pour que la tension V_1 mesurée ne dépende pas du voltmètre ?

6 - Montrer alors que $V_1 = \dfrac{ER}{R_1 + R_g + R}$
On suppose cette condition vérifiée par la suite et on admet que cela signifie que le voltmètre se comporte comme un interrupteur ouvert.

7 - On mesure $V_1 = 3$ V, en déduire la valeur de R puis celle de T la température de la sonde.

8 - Dessiner le circuit en prenant en compte la condition établie en question 5. Établir l'expression de la puissance reçue par la résistance R en fonction de E, R, R_1 et R_g.

9 - En déduire une expression de la puissance reçue par R en fonction de la température de la sonde.

10 - Pour quelle température cette puissance est alors maximale ? (On pourra chercher d'abord pour quelle valeur de R la puissance est maximale)

C - Détermination des paramètres d'une autre sonde

11 - Préciser les unités de A et α.

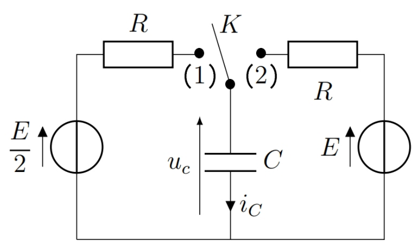
12 - Le graphe donnant l'évolution de R en fonction de sa température est une droite ; pour $T_1 = 20°C$, on mesure $R_1 = 140\Omega$, pour $T_2 = 100°C$, on mesure $R_2 = 300\Omega$. Déterminer les valeurs de A et α de cette sonde

Problème 2 : Étude énergétique de la charge d'un condensateur

Lorsqu'un condensateur est utilisé comme une batterie, la question de sa recharge se pose. L'énergie est prélevée sur le réseau électrique, et on souhaiterait que 100% de cette énergie soit transférée au condensateur. Nous allons montrer que ceci dépend de la stratégie de charge retenue. On appelle "rendement de la charge du condensateur" le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur à l'issue de la charge et de l'énergie fournie par le générateur au cours de cette charge :

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_{\text{stockée}}}{\mathcal{E}_{\text{fournie}}}$$

Dans les deux sous-parties suivantes on raisonne sur le circuit ci-contre pour envisager deux méthodes de recharge, qui vont mener à deux valeurs de rendement différentes.



A - Premier procédé de charge

L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Le condensateur étant initialement déchargé, on bascule l'interrupteur K dans la position (2) à $t = 0$.

1 - Établir l'équation différentielle portant sur $u_c(t)$, la mettre sous forme canonique en précisant l'expression des différents paramètres τ et $u_c(\infty)$.

2 - Résoudre l'équation différentielle obtenue.

3 - Tracer précisément l'allure de la solution $u_c(t)$.

4 - Exprimer en fonction de C et de E l'expression de l'énergie stockée par le condensateur à la fin de sa charge.

5 - Démontrer que l'intensité du courant i_c s'écrit, pour tout $t \geqslant 0$: $i_c(t) = \dfrac{E}{R} \exp\left(\dfrac{-t}{\tau}\right)$

6 - Représenter l'allure de $i_c(t)$.

7 - Calculer alors l'énergie électrique fournie par le générateur sur l'ensemble de la charge.

8 - Exprimer la valeur du rendement de la charge η avec la méthode envisagée ? Peut-il être optimisé en changeant la résistance R ?

B - Second procédé de charge

On souhaite utiliser une méthode qui permet d'améliorer le rendement de la charge. On réalise une charge en deux temps. Le condensateur est initialement déchargé. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Puis il est fermé en position (1) à $t = 0$. Lorsque le régime transitoire qui s'ensuit est achevé, l'interrupteur est basculé en position (2).

9 - Déterminer l'expression de $u_c(t)$ pendant la première phase de la charge. On pourra éventuellement s'appuyer sur les résultats de la sous-partie précédente en les adaptant.

10 - Donner en fonction de R et de C l'expression de l'instant t_1 pour lequel la tension $u_{c,1}$ aux bornes du condensateur atteint $p = 0,99(99\%)$ de sa valeur finale au cours de cette première étape de charge. On donne $\ln(0,01) = -5$.
Dans la suite, on considérera que la charge est totalement achevée à cet instant t_1 donc $u_{c,1}(t_1) \simeq \dfrac{E}{2}$, et qu'on passe en phase 2 (basculement de l'interrupteur en position (2)).

11 - Établir l'expression de la tension $u_{c,2}(t)$ aux bornes du condensateur au cours de la deuxième phase de charge, qui commence à l'instant t_1. On pourra changer d'origine des temps en posant $t' = t - t_1$

12 - Tracer l'allure de $u_c(t)$ en fonction du temps au cours de l'ensemble des deux phases de charge.

13 - Exprimer l'intensité i_c qui traverse le condensateur pendant les deux phases de charge. On distinguera les cas $i_{c,1}$ et $i_{c,2}$ en fonction de t.

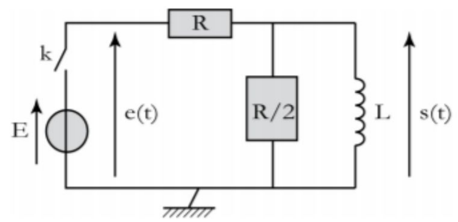
14 - Représenter l'allure du courant $i_c(t)$.

15 - Déterminer l'énergie électrique fournie par les deux générateurs pendant la charge. On approximera $\exp(-5) \simeq 0$.

16 - En déduire le rendement η_2 pour cette nouvelle façon de procéder. Conclure quant aux avantages et désavantages par rapport à la première méthode.

Problème 3 : Circuits RL en régime transitoire

A. Le circuit ci-contre est alimenté par un générateur idéal de tension continue de force électromotrice E.A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur k.



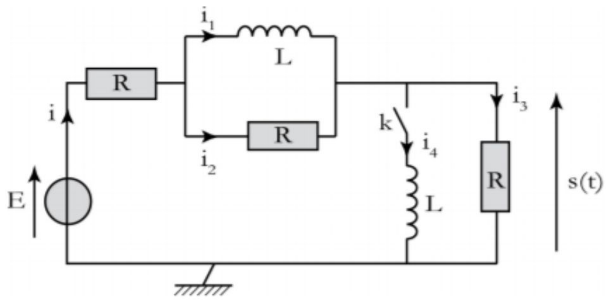
1 - Déterminer $s(0^-)$ et $s(0^+)$. La tension $s(t)$ est-elle continue en $t = 0$? Le courant dans la résistance R est-il continu en $t = 0$?

2 - Déterminer également le comportement asymptotique de $s(t)$ lorsque $t \to \infty$.

3 - Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.

4 - En déduire l'expression de $s(t)$ en fonction des données et tracer son allure.

B - On considère maintenant le montage de la figure ci-contre où le générateur est un générateur idéal de tension continue de force électromotrice E. L 'interrupteur k est ouvert depuis très longtemps. On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.



5 - Déterminer s et les courants i_1, i_2, i_3, i_4 et i à $t = 0^+$.

6 - Déterminer s et les courants i_l, i_2, i_3, i_4 et i quand $t \to \infty$.

7 - Établir trois lois des mailles indépendantes qu'on exprimera uniquement en fonction des seules inconnues i, i_1 et i_4 (ainsi qu'éventuellement leur dérivées).

8 - En déduire l'équation différentielle vérifiée par i_4, puis celle vérifiée par s. La mettre sous la forme

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

donner l'expression de ω_0 et Q en fonction des paramètres.