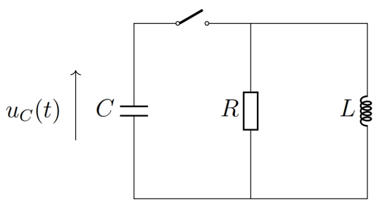
TD Oscillateurs amortis

1 Circuit RLC parallèle (♡🔑)

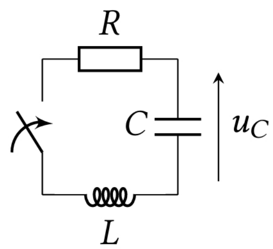


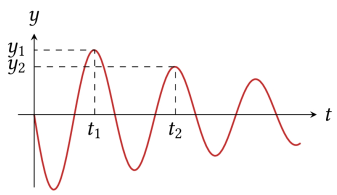
On étudie le circuit ci-contre, où le condensateur est initialement chargé à une tension $u_c\,(t=0^-) = U_0$. À $t=0$ on ferme l'interrupteur. On raisonnera sur un schéma sur lequel on a bien mis les flèches de tension et de courant, en convention récepteur.
1 - Déterminer les valeurs des courants dans chacune des branches et de u_c à $t=0^+$ juste après la fermeture de l'interrupteur.
2 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. La mettre sous forme canonique.
3 - On prend $L=1,0\text{mH}$ et $C=4,0\text{nF}$. Déterminer la valeur de la résistance telle que le régime transitoire soit critique.
4 - Donner, pour le régime critique, la forme générale des solutions. Préciser enfin l'expression des constantes qui apparaissent dans l'expression de la solution. Tracer avec soin l'allure de la solution.
5 - Exprimer la solution lorsque $Q<1/2$, en fonction des racines r_1 et r_2 de l'équation caractéristique, de U_0 et de RC. Tracer l'allure de $u_C(t)$.

Indic : 2 - Utiliser la loi des noeuds

Rép : $i_C(O^+) = -i_R(0^+) = -\frac{U_0}{R}$; $\frac{\mathrm{d}^2u_c}{\mathrm{d}t^2}+\frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2u_c=0$; $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}$; $R=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}=250\Omega$; $u_C(t)=U_0\left[\left(\omega_0-\frac{1}{RC}\right)t+1\right]\mathrm{e}^{-\omega_0 t}$

2 RLC série en régime libre (oral CCINP)

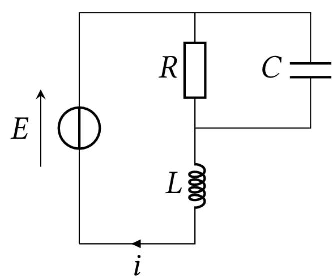




On étudie le circuit ci-contre où le condensateur est initialement chargé : $u_C(t=0)=U_0$.
1 - Déterminer les valeurs de i, de u_C et de u_L à la fermeture du circuit en $t=0^+$, puis en régime permanent pour $t\to\infty$.
2 - Parmi ces grandeurs, laquelle correspond à y représentée ci-contre ? Comment doit-on procéder pour la mesurer ? Indiquer sur le schéma les branchements de l'oscilloscope.
3 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant i en fonction de $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et $m=R/2L\omega_0$.
4 - On suppose $m<1$. Déterminer la solution en fonction de $\Omega=\omega_0\sqrt{1-m^2}$. Que représente Ω ? Comment peut-on l'évaluer à partir de la courbe ?
5 - En utilisant des approximations adéquates, trouver une relation simple entre le rapport y_1/y_2 et m.

Rép : $i\left(0^+\right)=0$; $u_C\left(0^+\right)=U_0$; $u_L\left(0^+\right)=-U_0$; $i_\infty=0$; $u_{L,\infty}=0$; $u_{C,\infty}=0$; $\frac{\mathrm{d}^2i}{\mathrm{d}t^2}+2m\omega_0\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2i=0$; $i(t)=-\frac{U_0}{L\Omega}\sin(\Omega t)\mathrm{e}^{-m\omega_0 t}$; $\Omega=\frac{2\pi}{t_2-t_1}$; $\frac{y_2}{y_1}\simeq\mathrm{e}^{-2\pi m}$

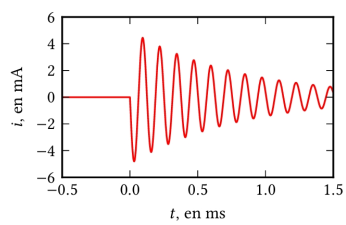
3 RLC... encore ! (Oral Mines)



Considérons le circuit représenté ci-contre, où le condensateur est initialement déchargé. Le générateur fournit un échelon de tension, en passant de 0 à E à $t=0$.
1 - Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant i. L'écrire sous forme canonique en introduisant deux grandeurs ω_0 et Q que l'on interprétera.
2 - Donner la valeur du courant i et de sa dérivée à l'instant initial.
3 - En supposant $Q=2$, donner l'expression de $i(t)$ et tracer son allure.

Rép : $\frac{\mathrm{d}^2i}{\mathrm{d}t^2}+\frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2i=\frac{E}{RLC}$; $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$; $Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}$; $i\left(0^+\right)=0$; $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\left(0^+\right)=\frac{E}{L}$; $i(t)=\frac{E}{R}-\frac{E}{R}\left[\cos\left(\Omega t\right)+\frac{R}{\Omega}\left(\frac{1}{L}-\frac{\lambda}{R}\right)\sin\left(\Omega t\right)\right]\mathrm{e}^{-\lambda t}$ avec $\Omega=\frac{\omega_0}{4}\sqrt{15}$ et $\lambda=\frac{\omega_0}{4}$

4 Analyse de relevé expérimental (☹🔑)



La courbe ci-contre représente le courant mesuré dans un circuit formé d'une bobine et d'un condensateur montés en série avec un générateur imposant un échelon de tension. On admet que la bobine est très bien décrite par une bobine idéale, mais pas le générateur, de résistance interne $r=50\Omega$.
Analyser la courbe pour déterminer la hauteur E de l'échelon de tension, l'inductance L et la capacité C.

Indic : Q est-il grand ou petit ? Adapter en fonction les résultats de cours pour la pseudo pulsation, la décroissance. En combien de pseudo-périodes les signal est il divisé par deux ? En déduire Q, puis revenir aux valeurs des composants par l'équation différentielle