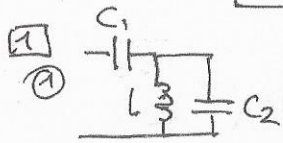
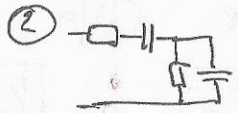


Corrigé TD 11 final



$$Z_{eq} = Z_{C1} + Z_L // Z_{C2} = \frac{1}{jC_1\omega} + \frac{1}{jC_2\omega + \frac{1}{jL\omega}}$$

$$\left(\frac{1}{\frac{1}{Z_{C2}} + \frac{1}{Z_L}} = \frac{Z_L Z_{C2}}{Z_L + Z_{C2}} \right) = \frac{1}{jC_1\omega} + \frac{jL\omega}{1 - LC_2\omega^2}$$



$$Z_{eq} = R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{RZ_C}{R + Z_C} = R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$\left(= \frac{R}{\frac{R}{Z_C} + 1} \right)$$

2) 1) on a $u_c = \underline{U_c} e^{j\omega t}$, avec $\underline{U_c} = U_c e^{j\phi}$

2) Div tension: $\underline{U_c} = E_0 \frac{Z_C}{Z_C + R + Z_L} = \frac{E_0}{1 + \frac{R}{Z_C} + \frac{Z_L}{Z_C}} = \frac{E_0}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$

Par identification, $\begin{cases} -LC\omega^2 = x^2 = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ jRC\omega = j\frac{x}{Q} = j\frac{\omega\sqrt{LC}}{Q} \Rightarrow Q = \frac{\sqrt{LC}}{RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases}$

$$\underline{U_c} = \frac{E_0}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{D(x)}}$$

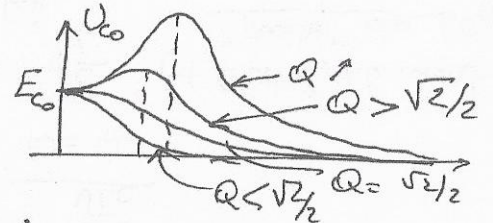
3) On prend le module: $\underline{U_c} = \frac{E_0}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}}$

U_c admet 1 max $\Leftrightarrow D(x)$ admet 1 min. On calcule $\frac{dD}{dx} = \frac{d}{dx} \left((1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} \right) = -4x(1-x^2) + \frac{2x}{Q^2}$

$\exists x_2$ non nul si $1-x_2^2 + \frac{1}{2Q^2} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$, si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$

Alors $\omega_2 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$, et $\underline{U_c}(\omega_2) = \frac{E_0}{\sqrt{(1-x_2^2)^2 + \frac{x_2^2}{Q^2}}} = \frac{E_0 Q}{\sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1 - \frac{1}{2Q^2}}} = \frac{E_0 Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$

Comme $\begin{cases} U_c(x=0) = E_0 \\ U_c(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0 \end{cases}$

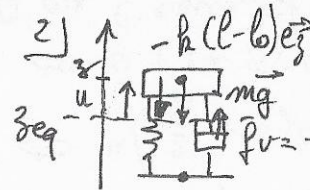


4) $\phi = \underbrace{\text{Arg}(E_0)}_0 - \arg(1-x^2 + j\frac{x}{Q})$. Dans le plan complexe, la trajectoire de P est: D'où

Autre méthode: $\begin{cases} \text{si } x < 1, \phi = -\arctan\left(\frac{x}{1-x^2}\right) \\ \text{si } x > 1, \phi = -\pi - \arctan\left(\frac{x}{x^2-1}\right) \end{cases}$
pas pratique ... on peut prendre l'astuce suivante:
 $\phi = -\arg[j(-j(1-x^2) + \frac{x}{Q})]$
 $\Rightarrow \phi = -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{(x^2-1)Q}{x}\right) = \arctan\left(\frac{Q(1-x^2)}{x}\right) - \frac{\pi}{2}$

5) On a $\omega_2 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \rightarrow$ en remplaçant $\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} = 0,99...$
on en tire (calculs simples) $Q = \frac{1}{\sqrt{2(1-0,99^2)}} = 5$

3) 1) $x(t) = \omega_0 t \Rightarrow h(t) = E_m \cos(\omega t)$ avec $\omega = \frac{2\pi\omega_0}{\lambda}$



PFD pour Π en proj / $\vec{e}_z$:
 $m\ddot{z} = -mg - \alpha(\dot{z} - \dot{z}_0) - k(z - z_0 - b)$ (1)
savoir retourner... c'est du cours appliqué!
pour trouver le signe devant $k(z - z_0 - b)$, faire $z \rightarrow \infty$ et bon sens

3) A l'éq, $\ddot{z}=0, \dot{z}=0, z_0=0 \Rightarrow -mg - k(z_{eq} - L - l_0) = 0$

4) (1) se réécrit $m\ddot{z} = \underbrace{-mg}_{\text{savoir repousser (classique...)}} - \alpha(\dot{z} - \dot{h}) - k(z - L - l_0 - h)$
 Soit $m\ddot{z} = -\alpha(\dot{z} - \dot{h}) - k(z - z_{eq} - h)$.

En posant $u = z - z_{eq}$, $\dot{u} = \dot{z}$, et on a donc

$m\ddot{u} + \alpha\dot{u} + ku = \alpha\dot{h} + kh$
 $\Leftrightarrow \ddot{u} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{u} + \omega_0^2 u = \frac{\omega_0 \dot{h}}{Q} + \omega_0^2 h$, avec $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

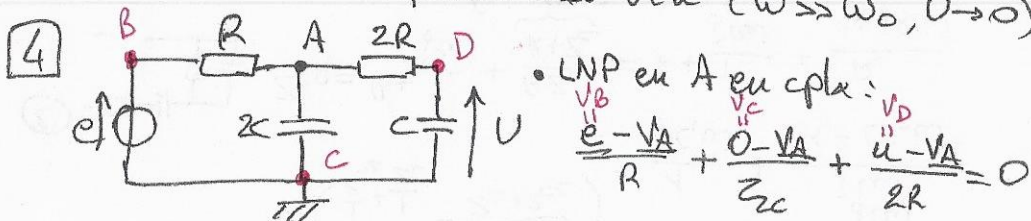
et $\frac{\omega_0}{Q} = \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{1}{Q} = \frac{\alpha}{m} \Rightarrow Q = \frac{1}{\alpha} \sqrt{k m}$

5) En complexes, $\underline{U}(-\omega^2 + j\frac{\omega_0 \omega}{Q} + \omega_0^2) = \underline{E_m}(j\frac{\omega_0 \omega}{Q} + \omega_0^2)$ *complexe car $U_m \cos(\omega t + \varphi)$ réel car $E_m \cos(\omega t)$*

En divisant par ω_0^2 et en posant $x = \frac{\omega}{\omega_0}$:

$\underline{U}(1 - x^2 + j\frac{x}{Q}) = E_m(1 + j\frac{x}{Q})$
 module $\Rightarrow U_m = \frac{E_m \sqrt{1 + x^2/Q^2}}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}}$

6) le mieux est de passer très vite ($\omega \gg \omega_0, U \rightarrow 0$)



Soit $V_A(\frac{1}{R} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{2R}) = \frac{e}{R} + \frac{U}{2R} \Leftrightarrow V_A(\frac{3}{2} + \frac{R}{Z_C}) = e + \frac{U}{2}$ (1)

• DT $U = \frac{V_A Z_C}{2R + Z_C} = \frac{V_A}{1 + 2jRC\omega} \Rightarrow V_A = U(1 + 2jRC\omega)$

(1) devient $U(1 + 2jRC\omega)(\frac{3}{2} + 2jRC\omega) = e + \frac{U}{2}$

$\Leftrightarrow U(\frac{3}{2} + 5jRC\omega - 4R^2C^2\omega^2) = e + \frac{U}{2}$

$\Leftrightarrow U(1 + 5jRC\omega - 4(RC\omega)^2) = e$

D'où l'équation:

$4T \frac{d^2 U}{dt^2} + 5T \frac{dU}{dt} + U = e$ avec $T = RC$

5) • Résonance: $\varphi = -\pi/2$ pour $\omega = \omega_0 \Rightarrow \omega_0 \approx 21 \text{ rad/s}$

- pour $\omega = \omega_0, U = QU_0 \Rightarrow Q = \frac{0,06}{0,05} = 1,2$

• Intensité: $\varphi = 0$ pour $f_0 = 2,4 \text{ kHz}$

- on a $Q = \frac{\Delta \omega}{\Delta f} = \frac{f_0}{\Delta f}$. Bande passante (pour $I \approx 12 \text{ mA}$)
 $\Delta f = 0,8 \text{ kHz} \Rightarrow Q \approx 3$

6) 1) Dipôles en // $\Rightarrow \frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega = \frac{jL\omega + R - RL^2C\omega^2}{jLR\omega}$
 $\Rightarrow Z_{eq} = \frac{jLR\omega}{R + jL\omega - LC\omega^2 R}$ *Ne pas oublier d'inverser le $\frac{1}{Z_{eq}}$!*

2) $\underline{U} = \underline{Z_{eq}} \underline{I} = \frac{jL\omega R I_0}{R + jL\omega - LC\omega^2 R}$ division par $jL\omega \Rightarrow \underline{U} = \frac{R I_0}{1 + \frac{R}{jL\omega} + jRC\omega}$

du type demandé avec $U_m = R I_0$, et $\left\{ \begin{array}{l} Q \frac{\omega}{\omega_0} = RC\omega \text{ (1)} \\ Q \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{R}{L\omega} \text{ (2)} \end{array} \right.$

(1) & (2) $\Rightarrow Q^2 = R^2 C^2 \Rightarrow Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}$
 (2)/(1) $\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

3) $U_{max} = R I_0$ pour $\omega = \omega_0$

4) Cours ... $\frac{\Delta \omega}{\Delta f} = Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}$ (+ R est $\uparrow$, + le circuit est "proche" du LCR)

5) $\varphi = -\arctan(Q(x - 1/2))$ *comprendre*