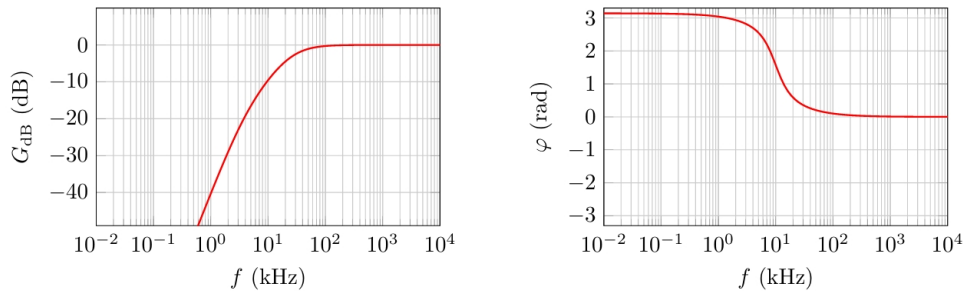


TD Filtrage

1 Lecture d'un diagramme de Bode

- 1 - Indiquer le type de filtre dont il s'agit, identifier l'ordre du filtre et sa fréquence caractéristique.
- 2 - On envoie en entrée $e(t) = E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos\left(10\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + E_0 \cos\left(100\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$, où $f = \omega/2\pi$ vaut 1 kHz. Déterminer l'expression du signal $s(t)$ de sortie du filtre.



2 De l'équation différentielle à la fonction de transfert, et vice versa

Soit un système linéaire, d'entrée $e(t)$, de sortie $s(t)$, de fonction de transfert $\underline{H}$.

- 1 - L'équation différentielle reliant $e(t)$ et $s(t)$ est donnée : $\frac{de}{dt} + \frac{1}{\tau}e(t) = \frac{ds}{dt}$. En déduire l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}$.

Puis dans l'autre sens : dans chacun des cas ci-dessous, déduire de l'expression de $\underline{H}$ l'équation différentielle qui relie $e(t)$ et $s(t)$.

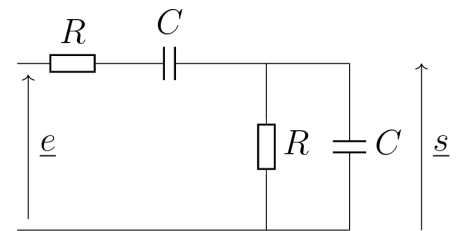
- 2- $\underline{H} = 1 + j\omega/\omega_0 + (j\omega/\omega_0)^2$
- 3- $\underline{H} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$
- 4-

3 Filtre à pont de Wien

On considère le filtre à pont de Wien ci-contre.

- 1 - Par une étude asymptotique, donner la nature du filtre. À quel condition sur la pulsation d'entrée les condensateurs vont-ils effectivement se comporter comme des interrupteurs ouverts ? Et comme des interrupteurs fermés ?

- 2 - Montrer que la fonction de transfert s'écrit $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$, avec ω_0 , H_0 et Q



dont on donnera les expressions.

- 3 - Donner les équations des asymptotes dans le diagramme de Bode en gain et en phase.

- 4 - Tracer l'allure du diagramme de Bode (avec en abscisse la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$).

Identifier les pulsations de coupure et la bande passante sur votre graphique.

- 5 - Dans quelle gamme de fréquence ce filtre peut-il être utilisé comme dérivateur ? Comme intégrateur ?

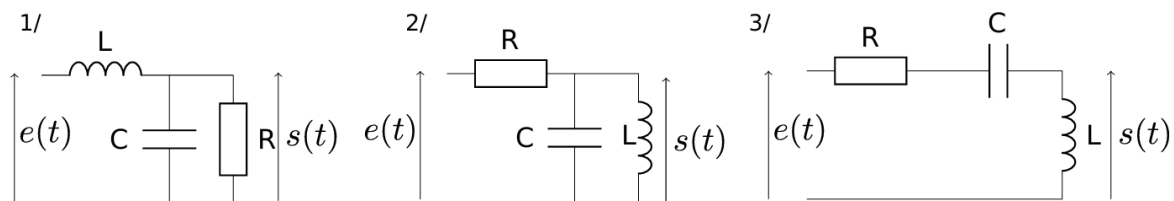
- 6 - Calculer la pulsation propre ω_0 pour $R = 1,0\text{k}\Omega$ et $C = 500\text{nF}$. Donner le signal de sortie du filtre si le signal d'entrée est

$$e(t) = E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(10\omega t) + E_0 \cos(100\omega t)$$

avec $E_0 = 10\text{ V}$ et $\omega = 200\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. (Thiebiège!)

4 Exemples de filtres

Pour chacun des filtres suivants



- a- Réaliser une étude asymptotique pour en déduire le type de filtre.

- b- Donner l'expression de la fonction de transfert.

- c- Mettre la fonction de transfert sous forme canonique, en choisissant parmi une des formes suivantes :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}, \quad \underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}, \quad \underline{H} = \frac{-\omega^2/\omega_0^2}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}.$$

On donnera les expressions de Q et ω_0 en fonction de R, L et C .

- d- Tracer l'allure asymptotique du diagramme de Bode (avec en abscisse la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$).

5 Gabarit d'un filtre

On veut réaliser un filtre pour éliminer le bruit dû au secteur, de fréquence $f = 50$ Hz, d'un signal dont les fréquences utiles sont supérieures à 100 Hz. On se donne alors le cahier des charges suivant :

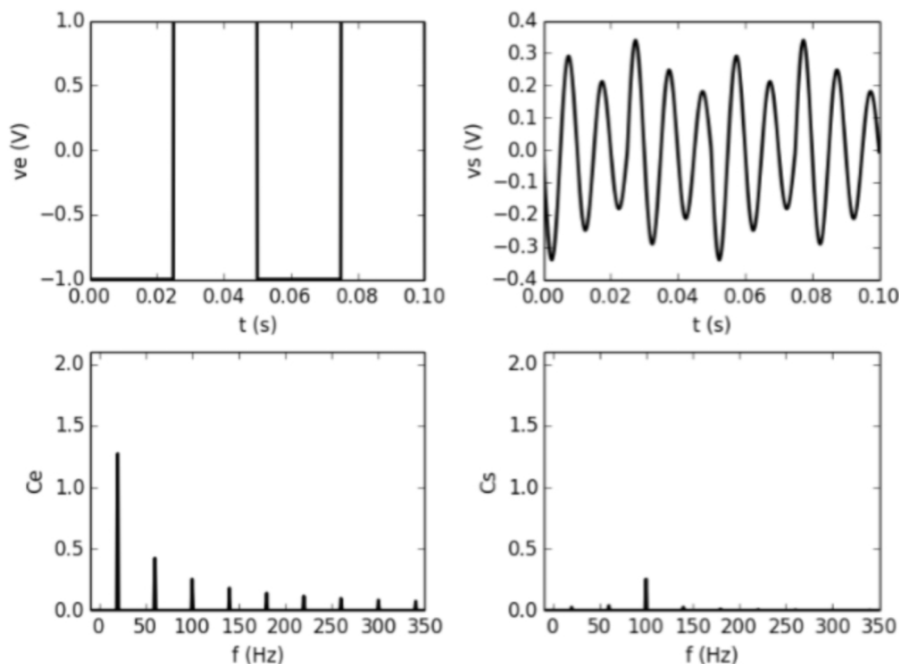
- l'amplitude des signaux sinusoïdaux de fréquence inférieure ou égale à $f_a = 50$ Hz est divisée par au moins $\sqrt{10}$.
- l'amplitude des signaux sinusoïdaux de fréquence supérieure à $f_p = 100$ Hz est divisée par au plus $\sqrt{2}$.

1 - Traduire graphiquement ces exigences dans le plan de Bode ($G_{dB}, \log(f)$). Quel type de filtre peut convenir ?

2 - Montrer qu'un filtre d'ordre un ne peut convenir.

6 Filtrage d'un signal créneau

On dispose d'un filtre inconnu. On applique en entrée un signal créneau, dont on donne le spectre. En sortie du filtre, on obtient un signal, dont on donne également le spectre. Quelle est la nature du filtre et quelles sont ses caractéristiques (fréquence centrale, largeur de bande passante) ?



7 Filtre RLC

- 1 - Identifier sans calcul la nature du filtre du montage ci dessous.
- 2 - Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\frac{jx}{Q} - x^2}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Identifier la fréquence de résonance ω_0 et le facteur de qualité Q .

3 - On donne le diagramme de Bode du filtre. Expliquer les valeurs prises par la pente en haute et basse fréquence. Déterminer la valeur de Q .

4 - On met un signal triangulaire en entrée. Pour le même signal d'entrée mais pour deux valeurs différentes de R , on obtient un signal carré très atténué puis un signal formé d'une succession d'impulsions. Expliquer.

