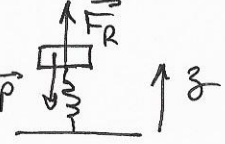
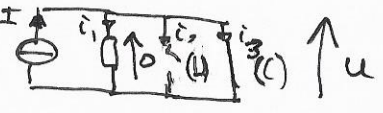


Suspension d'un véhicule

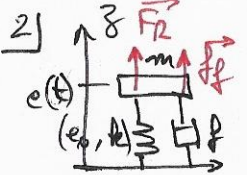
- 1) A l'équilibre, le poids est compensé par la force du ressort.
En proj / Oz : $-mg - k(l_{eq} - l_0) = 0$
 $\Rightarrow l_{eq} = l_0 - \frac{mg}{k} (< l_0, \text{ouf!})$ 
- 2) PFD appliqué au véhicule dans RTSG:
 $m\ddot{z} = -mg - k(z - l_0) - h\dot{z}$
 $= -k(z - (l_0 - \frac{mg}{k})) - h\dot{z}$. En posant $X = z - z_{eq}$
 on a $\ddot{X} + \frac{h}{m}\dot{X} + \frac{k}{m}X = 0 \Leftrightarrow \ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}X + \omega_0^2 X = 0$ $\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ Q = \frac{k m}{h} \end{cases}$
- 3) L'équation caractéristique est $r^2 + \frac{h}{m}r + \frac{k}{m} = 0$, de discriminant $\Delta = (\frac{h}{m})^2 - 4\frac{k}{m}$. Le régime critique correspond à $\Delta = 0 \Leftrightarrow h = 2\sqrt{km}$
- 4) Alors $\Delta' = (\frac{h'}{m})^2 - 4\frac{k}{m} < 0$, régime pseudopériodique
- 5) On a comme SG $X = (A \cos \Omega t + B \sin \Omega t) e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}$ (avec $\Omega = \frac{\sqrt{-\Delta'}}{2}$)
 C.I : $X(0) = l_{ho} = A$
 $\dot{X}(0) = 0 = -\frac{\omega_0}{2Q}A + B\Omega \Rightarrow B = \frac{\omega_0 l_{ho}}{2Q - \Omega}$
- 6) L'amplitude est divisée par $e^{10} \Leftrightarrow e^{-\frac{\omega_0 t_1}{2Q}} = e^{-10}$
 $\Leftrightarrow t_1 = \frac{20Q}{\omega_0} = \frac{20\sqrt{km}}{\lambda} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{20m}{\lambda}$
 or $\lambda = 2\sqrt{km} \Rightarrow t_1 \approx 1,6s$.

Circuit RLC parallèle

- 1) A $t=0$, circuit équivalent 
 $\Rightarrow$ résistance court circuitée
 et $i_3 = I \rightarrow$ courbe 2
 à $t \rightarrow \infty$ bobine = fil $\Leftrightarrow i_2 \rightarrow I \rightarrow$ courbe 3
 Alors $i_1 \rightarrow$ courbe 3
- 2) loi des nœuds : $I = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{U}{R} + C \frac{dU}{dt} + i_2$, or $U = L \frac{di_2}{dt}$
 $\Rightarrow I = \frac{L}{R} \frac{di_2}{dt} + LC \frac{d^2 i_2}{dt^2} + i_2 \Leftrightarrow i_2'' + \frac{1}{RC} i_2' + \frac{i_2}{LC} = \frac{I}{LC}$
- 3) Circuit parfaitement amorti (pas d'oscillations), alors
 $\Omega \pm \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C \approx \frac{\pi^2}{L 4\pi^2}$ on mesure $T \approx \frac{4,2 \cdot 10^{-3}}{7}$
 AN $\Rightarrow C \approx \frac{(96 \cdot 10^{-3})^2}{91 \times 4 \times 31^2} \approx 9,5 \cdot 10^{-8} F$

Rebond d'une goutte

- 1) m tombe en chute libre d'une hauteur h. Chute libre = sans frot $\Rightarrow E_m(0) = E_m(t_0) \Leftrightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2} m v_0^2$
 $\Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh}$

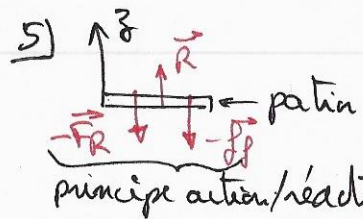
- 2)  PFD pour m dans RTSG, en proj sur Oz :
 $m\ddot{e} = -k(e - e_0) - f\dot{e}$

soit avec $s = e - e_0$: $\ddot{s} + \frac{f}{m}\dot{s} + \frac{k}{m}s = 0$

soit $\ddot{s} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{s} + \omega_0^2 s = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
 $Q = \frac{\sqrt{k m}}{f}$

- 3) Comme $Q = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \approx \omega_0$ si $Q^2 \gg 1$, la sol gale du cours s'écrit $s = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} (B \cos \omega_0 t + C \sin \omega_0 t)$ (*)

- 4) Pour $T_n = T_0 + nT_0$, on a $s(T_n) = s(T_0) e^{-\frac{\omega_0}{2Q}(nT_0)}$
 or $nT_0 = n \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \frac{s(T_n)}{s(T_0)} = e^{-\frac{n\pi}{Q}} \Rightarrow n = -\frac{Q}{\pi} \ln(0,1)$
 $\Leftrightarrow n = \frac{Q}{\pi} \ln(10) = 0,73Q$ Pour $Q=5 \Rightarrow n \approx 4$



PFD pour le patin immobile:
 $0 = \vec{R} - \vec{F}_R - \vec{f}$, en proj sur Oz :
 $R = -f\dot{s} - k s$

- (*) Fin question 3: CI $\begin{cases} s(0)=0 \\ \dot{s}(0)=-v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B=0 \\ C=-\frac{v_0}{\omega_0} \end{cases}$, donc

$$s(t) = -\frac{v_0}{\omega_0} \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) \sin \omega_0 t$$

- 5) (suite): on a alors $\dot{s}(t) = -v_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left(\cos \omega_0 t + \frac{\omega_0}{2Q} e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \sin \omega_0 t \right)$
 D'où $R = f v_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left(\cos \omega_0 t + \frac{\omega_0}{2Q} e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \sin \omega_0 t \right)$ (négligé (enorme))

or $k = m \omega_0^2$
 $f = m \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow R = m \omega_0 v_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left(\frac{\cos \omega_0 t}{Q} + \sin \omega_0 t \right)$

- 7) On a dewillage si $R < 0 \Leftrightarrow \tan(\omega_0 t) = -\frac{1}{Q}$. Comme $T > 0$, on doit prendre $\omega_0 T = \pi - \arctan \frac{1}{Q} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_0} (\pi - \arctan \frac{1}{Q})$

AN: $T = 4,6$ ms.

- 8) On calcule le coef directeur du graphe:

$$\alpha = \frac{\log(1,5 \cdot 10^{-2}) - \log(1,5 \cdot 10^{-3})}{\log(2 \cdot 10^{-3}) - \log(5 \cdot 10^{-4})} \approx 1,7$$

modèle $\approx$ valide (1,7 proche de $\frac{3}{2}$)