Propagation d'ondes

Ce qu'il faut connaître

- Citer l'ordre de grandeur de la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide, de celle des ondes sonores dans l'air.
- Sous quelle forme peut s'écrire une onde progressive unidimensionnelle pour une propagation vers les x croissants ? Et vers les x décroissants ?
- Quelle est la forme générale de l'expression d'une onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle se propageant selon les x croissants ?
- Comment sont nommés chacun des paramètres qui interviennent dans cette expression ?
- Quelle est la relation entre la pulsation, la norme du vecteur d'onde, et la célérité de cette onde ?
- Double périodicité des ondes progressives sinusoïdales : Quelle est la relation entre la période temporelle T et la pulsation de l'onde ?
- Et celle entre la période spatiale λ et la norme du vecteur d'onde k ?
- Quelle est alors la relation entre λ, T et c ?
- Que signifie "milieu non dispersif" ? Donner des exemples de milieux non dispersifs.

Ce qu'il faut savoir faire

- Pour une onde progressive unidimensionnelle, prévoir l'évolution à t fixé ou à x fixé.
- Pour une onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle, utiliser la relation entre λ et T (ou f) .
- Exploiter un déphasage dû à la propagation.

EC - Exploiter un déphasage dû à la propagation

Considérons une onde progressive harmonique produite par un haut parleur et se propageant dans le sens des x croissants. Sa forme est du type

$$s(x,t) = S_0 \cos(\omega t - kx + \varphi).$$

Deux microphones sont placés à deux positions $x_1 = 0$ fixe, et $x_2 > 0$ fixe mais pouvant être déplacé, et enregistrent les signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$.

1 - Donner l'expression des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ enregistrés par chaque micro.

2 - Donner les expressions de leur phase à l'origine. En déduire le déphasage $\Delta\varphi_{12}$ de 2 par rapport à 1. L'exprimer en fonction de λ.

3 - Établir une condition sur x_2 et λ pour que les signaux soient en phase. Même question pour l'opposition de phase.

4 - On donne ci-dessous des relevés de l'enregistrement de $s_1(t)$ (en noir, courbe la plus à gauche) et de $s_2(t)$.

La figure b correspond à x_2 proche de 0 . La figure c à $x_2 = 6,7$ cm, la d à $x_2 = 21$ cm et la e à $x_2 = 42$ cm. Déduire de ceci la valeur de la longueur d'onde λ.

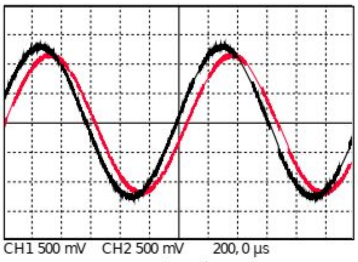


Figure b

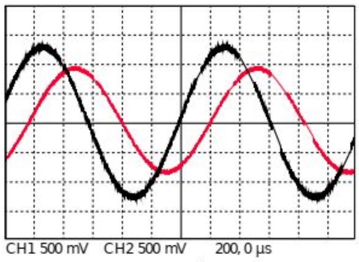


Figure c

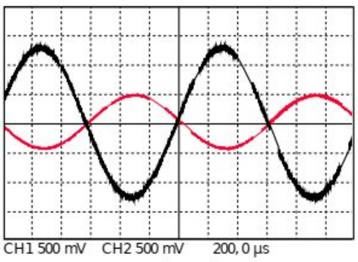


Figure d

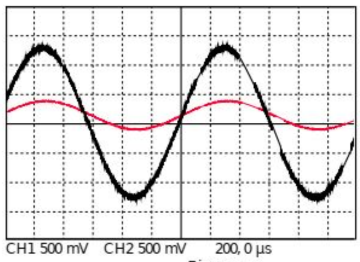


Figure e

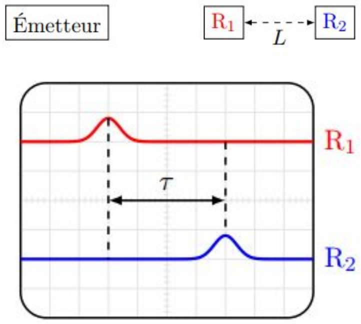
I. Description d'une onde progressive dans le cas unidimensionnel

1. Définitions

Onde progressive

Une onde progressive est une perturbation qui se propage sans transport de matière dans un milieu en restant identique à elle-même.

Elle se retrouve à l'identique un peu plus loin un peu plus tard.



Célérité

On définit la célérité c d'une onde comme sa vitesse de propagation. Elle s'exprime en m/s.

La célérité correspond à la distance L entre un récepteur et un émetteur divisée par le temps nécessaire à l'onde pour parcourir cette distance τ, soit $\boxed{c = \frac{L}{\tau}}$.

2. Expression mathématique

Une onde progressive unidimensionnelle s'écrit sous la forme
- $h(x - ct)$ si l'onde se propage vers les x croissants ;
- $g(x + ct)$ si l'onde se propage vers les x décroissants .

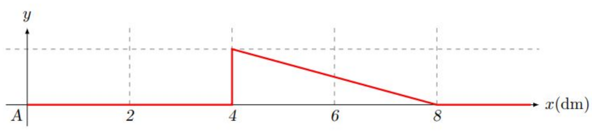
La grandeur $\pm x/c$ représente le retard de l'onde du à la propagation.

3. Représentation temporelle et changement de représentation

Dans une représentation $\begin{cases}\text{temporelle} \\ \text{spatiale}\end{cases}$, on regarde $\begin{cases}\text{à un endroit fixé la perturbation sur toute sa durée.} \\ \text{à un temps fixé la perturbation sur toute son étendue. (= photo)}\end{cases}$
Un film est une représentation spatio-temporelle, l'évolution d'un pixel est une représentation temporelle et une image du film est une représentation spatiale.

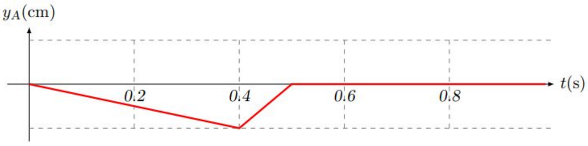
Passage d'une représentation à une autre

Exemple 1 : Une onde progressive se propage le long d'une corde à la célérité $c = 100$ cm$\cdot$s^{-1} vers les x croissants. À $t = 0$, le signal créé au point A débute. En utilisant la figure, déterminer l'instant correspondant à l'image et la durée de la perturbation. Tracer ensuite $y_A(t)$ puis représenter la corde à $t = 1$ s.



⇒ Les deux représentations sont inversées et elles n'ont pas la même échelle des abscisses.

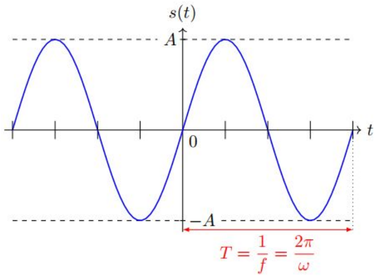
Exemple 2 : Une onde progressive se propage le long d'une corde à la célérité $c = 10$ cm $\cdot$ s^{-1} vers les x croissants. En $x = 0$ (point A de la corde), on crée le signal représenté sur le schéma. Déterminer la durée et la longueur de la perturbation. Tracer ensuite $y(x)$ à $t = 1$ s puis tracer $y_M(t)$ avec $AM = 3$ cm.



II. L'onde progressive sinusoïdale

1. Rappel sur le signal sinusoïdal

De la forme $s(t) = A(\cos \omega t + \varphi_0)$, avec $\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; f = \frac{1}{T}}$ et $\begin{cases} T \text{ : période (temporelle)} \\ \omega \text{ : pulseation (temporelle)} \\ \varphi_0 \text{ : phase à l'origine} \end{cases}$

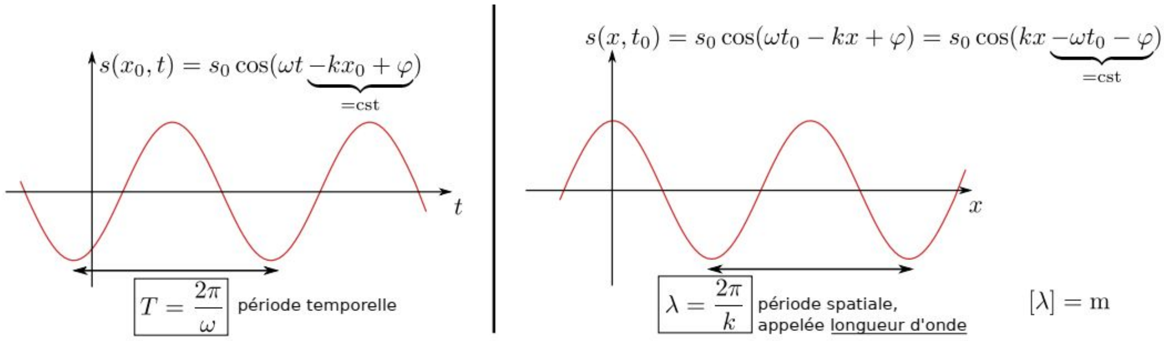


2. Périodicités spatiale et temporelle

Une onde sinusoïdale qui se propage est appelée onde progressive sinusoïdale. Mathématiquement, on écrit le signal au point M

$$\boxed{s(t,M) = A\cos\left(\omega t - kx + \phi_0\right) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right] = A\cos\left(\omega(t - \frac{x}{c}) + \phi_0\right)}$$

- A amplitude de l'onde ;
- λ longueur d'onde (en mètres), et $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}}$ **nombre ou vecteur d'onde ou pulsation spatiale** (en m^{-1}) ;
- $\Phi(t,x) = \omega t - kSM + \phi_0$ phase instantanée de l'onde.



Une onde progressive sinusoïdale présente donc une double périodicité, l'une dans sa représentation spatiale et l'autre dans sa représentation temporelle. La longueur d'onde λ est l'équivalent spatial de la période T. (animations gtulloue ondes)

3. Vitesse de phase et milieux dispersifs

Considérons la phase $\Phi\left(t_1, x_1\right)$ de l'onde à un instant t_1 et à la position $x_1 = SM_1$. L'onde se propage ensuite d'une distance dx pendant le temps dt. On définit la vitesse de phase par $v_\varphi = \frac{dx}{dt}$.
On a le même état vibratoire, donc la même phase, en $x_1 + dx$ à $t_1 + dt$ qu'en x_1 à t_1 :

$$\Phi\left(t_1 + dt, x_1 + dx\right) = \Phi\left(t_1, x_1\right).$$

Soit

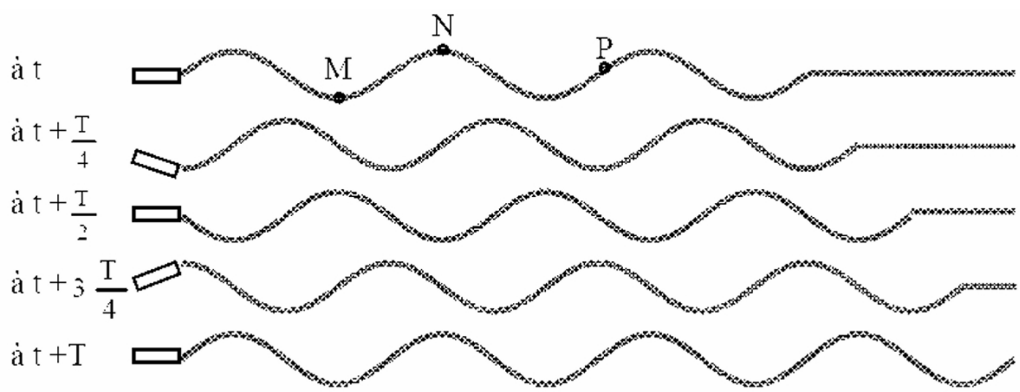
$$\omega\left(t_1 - \frac{x_1}{c}\right) + \phi_0 = \omega\left((t_1 + dt) - \frac{x_1 + dx}{c}\right) + \phi_0 \qquad \Rightarrow \qquad 0 = \omega dt - \frac{dx}{c}$$

On a donc $\boxed{v_\varphi = \frac{dx}{dt} = c}$

Lien longueur d'onde - période

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période.

$$\boxed{\lambda = v_\varphi T = cT}$$



Milieu dispersif

Un milieu est dit dispersif si la vitesse de phase v_ϕ dépend de la fréquence ou de la longueur d'onde.
Exemples : ondes à la surface de l'eau, le long d'un ressort (https ://www.youtube.com/watch ?v=FCTtdhk06DY)

Si le milieu est dispersif, les différentes composantes spectrales d'un signal ne vont pas à la même vitesse et donc le signal peut se déformer (= s'étaler) lors de la propagation.