DM* - Haut-parleurs et sélectivité fréquentielle (Centrale 2025)

Un dispositif de reproduction du son comporte en général plusieurs haut-parleurs, adaptés spécifiquement à des gammes distinctes de fréquence. On s'intéresse dans ce qui suit à un dispositif comportant un haut-parleur spécifiquement adapté aux basses fréquences (les sons graves), le woofer, et un autre adapté aux hautes fréquences (les sons aigus), le tweeter. Ils se distinguent notamment par le diamètre de la membrane, qui est grossièrement de l'ordre de grandeur d'une demi-longueur d'onde de l'onde sonore préférentiellement produite. Électriquement, on assimile chaque haut-parleur à une résistance R_b.

1/ Proposer une estimation des diamètres respectifs des woofer et tweeter si la limite entre sons aigus et graves est de l'ordre de $f_c = 1\text{kHz}$.

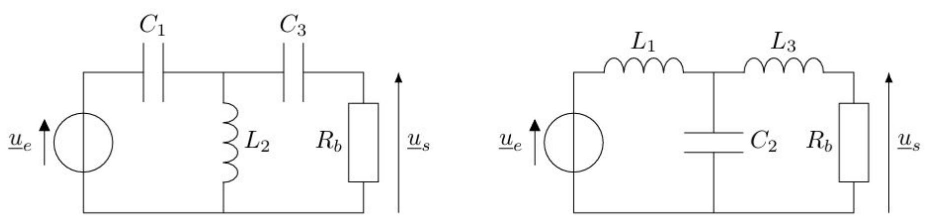
Pour chacun des deux haut-parleurs, la puissance maximale délivrée est de l'ordre de 80 W . Ils sont alimentés par l'étage de sortie de l'amplificateur audio (fréquences de 20 Hz à 20 kHz , tension efficace maximale 20 V). Si le filtrage passe-haut ou passe-bas vers les deux haut-parleurs est réalisé au moyen de filtres simples (L, C), on souhaite que les impédances des bobines, condensateurs et haut-parleurs à la fréquence f_c soient comparables.

2/ Proposer une estimation des valeurs de R_b, L et C.

Pour assurer une bonne séparation des graves et des aigus, on utilise des filtres de Butterworth (décrits en 1930 par le physicien éponyme), définis respectivement par les fonctions de transfert complexes $\underline{H}_1(\omega)$ et $\underline{H}_2(\omega)$ telles que :

$$|\underline{H}_1(\omega)|^2 = \frac{1}{1+(\omega/\omega_0)^{2n}} \quad |\underline{H}_2(\omega)|^2 = \frac{(\omega/\omega_0)^{2n}}{1+(\omega/\omega_0)^{2n}}$$

où $\omega_0/2\pi = f_0 = 1,0\text{kHz}$ est la fréquence de séparation graves-aigus et n est l'ordre du filtre. Pour toute la suite, on pose la pulsation (ou fréquence) réduite $x = \omega/\omega_0$ et on utilise les filtres représentés ci-dessous.



Le circuit CLC. Le circuit LCL.

3/ Sans calcul, mais au moyen de raisonnements justifiés, indiquer lequel des deux circuits proposés correspond aux filtres $\underline{H}_1$ et $\underline{H}_2$ respectivement, et lequel sera utilisé pour alimenter le tweeter et le woofer respectivement. Préciser la valeur maximale envisageable de l'ordre n pour ces circuits.
On s'intéresse ici à des filtres passe-bas d'ordre 2 ou 3 et de pulsation caractéristique ω_0 dont les fonctions de transfert sont respectivement :

$$\underline{B}_2(jx) = \frac{1}{1+\alpha(jx)-x^2} \quad \underline{B}_3(jx) = \frac{1}{1+\alpha_1'(jx)+\alpha_2'(jx)^2-jx^3}$$

où les coefficients α, α_1' et α_2' sont réels et positifs.

4/ Exprimer $|\underline{B}_2|^2$ et en déduire la condition pour laquelle un tel filtre vérifie la condition (1) qui en fait un filtre de Butterworth d'ordre 2.

5/ Déterminer de même les coefficients qui font du filtre $\underline{B}_3$ un filtre de Butterworth d'ordre 3 .
On considère dorénavant que les deux haut-parleurs grave et aigu sont alimentés à partir du même signal composite $E(t)$ au moyen de deux filtres du troisième ordre et de même pulsation de coupure ω_0, de fonctions de transfert respectives explicitées en fonction de $x = \omega/\omega_0$:

$$\underline{H}_g(\omega) = \frac{1}{1+2jx+2(jx)^2+(jx)^3} \quad \underline{H}_a(\omega) = \frac{(jx)^3}{1+2jx+2(jx)^2+(jx)^3}$$

On les note $\underline{H}_k = G_k e^{j\varphi_k}$ avec $G_k > 0$ et $\varphi_k \in \mathbb{R}$ pour $k \in \{g, a\}$. Dans cette partie II.3, on s'intéresse au décalage entre les sons grave et aigu émis par les deux haut-parleurs combinés, dans le cas où ces sons sont des signaux de pulsation ω voisine de ω_0, de sorte que les intensités produites par les deux haut-parleurs sont comparables. Il est alors important que le décalage temporel Δt entre les signaux grave et aigu reste le plus faible possible, typiquement inférieur à $0,1$ ms.
Trois causes possibles sont envisagées pour ce décalage temporel Δt :

0. entre l'amplificateur et les haut-parleurs, le signal se propage le long de câbles de liaison à une célérité proche de celle de la lumière et une différence de longueur des câbles peut introduire un décalage temporel Δt_0 ;
1. à la sortie de l'amplificateur, les filtres de fonctions de transfert $\underline{H}_g$ et $\underline{H}_a$ imposent des retards de phase que l'oreille interprète comme un décalage temporel Δt_1 ;
2. entre les haut-parleurs (décalés de 50 cm environ entre eux ; figure 9) et l'auditeur (situé à $D = 5$ m environ de ceux-ci), un décalage temporel Δt_2 peut exister du fait de la propagation du son dans l'air et d'un décalage latéral de l'auditeur (pouvant par exemple atteindre 1 m).

6/ Justifier quantitativement que Δt_0 est toujours négligeable.

7/ Établir une expression simple permettant d'estimer Δt_1 en fonction des grandeurs utiles parmi $\Upsilon_a = \left.\frac{\mathrm{d}\varphi_a}{\mathrm{d}\omega}\right|_{\omega=\omega_0}$,

$$\Upsilon_g = \left.\frac{\mathrm{d}\varphi_g}{\mathrm{d}\omega}\right|_{\omega=\omega_0} \quad \text{et } \omega_0$$

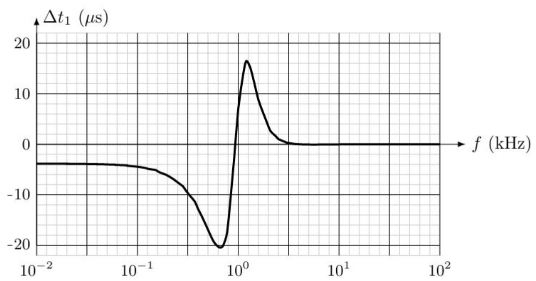
L'expression exacte de Δt_1 doit tenir compte des valeurs réelles des composants L_1, L_2, L_3 et C_1, C_2, C_3 qui peuvent différer (jusqu'à 5%) des valeurs théoriques associées aux filtres de Butterworth.
On utilise pour cela un script Python dont deux fonctions seulement sont proposées ci-dessous. Tous les paramètres (Z1, Z2, Z3, R, x, y) de ces deux fonctions sont des tableaux (numpy.ndarray) de valeurs réelles (float) de mêmes dimensions.

```
def CalcH(Z1, Z2, Z3, R):
    DT1 = 1 / (1 + Z3 / R)
    Y = 1 / Z2 + 1 / (R + Z3)
    DT2 = 1 / (1 + Z1 * Y)
    return DT1 * DT2

def Oper(x, y):
    n = len(x)
    r = 0 * y
    for k in range(n):
        if k > 0 and k < n - 1:
            N = y[k + 1] - y[k - 1]
            D = x[k + 1] - x[k - 1]
        elif k == 0:
            N = y[1] - y[0]
            D = x[1] - x[0]
        else:
            N = y[-1] - y[-2]
            D = x[-1] - x[-2]
        r[k] = N / D
    return r
```

8/ Expliquer le rôle de la fonction CalcH. Justifier au moyen d'un raisonnement électronique.

9/ Expliquer le rôle de la fonction Oper dans le calcul de Δt_1.
Avec des valeurs raisonnables des composants des montages, le tracé de Δt_1 (en microsecondes) en fonction de la fréquence f du signal d'entrée est proposé ci dessous.



10/ Proposer un commentaire de la figure tracée et conclure.

11/ Estimer une valeur maximale pour Δt_2 et conclure.