Interférences

Ce qu'il faut connaître

- Quand dit-on que les interférences sont constructives ? Destructives ?
- Donner la condition sur le déphasage $\Delta\varphi$, entre les deux ondes au point M, pour avoir chacun des deux cas précédents.
- Donner également la condition sur la différence de marche $\delta = r_1 - r_2$.
- Comment est défini le chemin optique entre un point S et un point M dans un milieu d'indice optique n ?
- On considère deux sources S_1 et S_2 et un point d'observation M. Quelle est la définition de la différence de chemin optique en M ?
- la formule $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
- Énoncer la formule de Fresnel, ainsi que l'expression du déphasage $\Delta\varphi$ en fonction de la différence de chemin optique δ

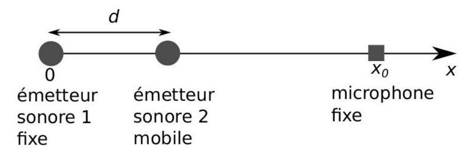
Ce qu'il faut savoir faire

- Exprimer des conditions d'interférences constructives ou destructives.
- Exprimer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage
- Trous d'Young (sans lentille) : exprimer la différence de chemin optique en un point M, puis en utilisant la formule de Fresnel, en déduire l'expression de l'éclairement

Exercices de cours

EC1 - Conditions d'interférences constructives ou destructives

On considère le dispositif ci-contre. Chaque émetteur envoie une onde progressive sinusoïdale de même fréquence et de phase à l'origine nulle.



1 - Rappeler les conditions d'interférence destructive et constructive en terme de déphasage entre les deux signaux.
2 - Lorsque $d = 0$, qu'enregistre-t-on au niveau du microphone ?
3 - On part de $d = 0$, et on augmente d jusqu'à ce que le signal enregistré soit nul. Ceci se produit pour $d = 6,0$ cm. Expliquer pourquoi il y a cette extinction.
En déduire la longueur d'onde du son émis.

EC 2 - Expression de l'amplitude résultant d'interférences

On considère deux sources qui émettent deux ondes progressives sinusoïdales, de même pulsation ω. On note r_1 = distance S_1M et r_2 = distance S_2M.
Pour simplifier les calculs, on considère que les amplitudes de s_1 et s_2 sont identiques. On a donc au point M :

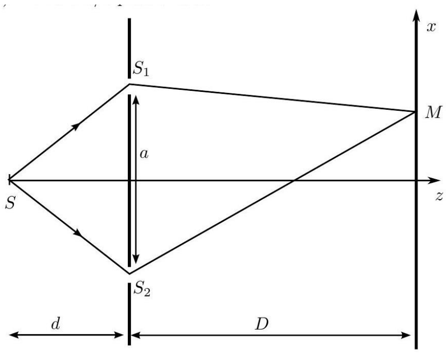
$$s_1(M,t) = A_0 \cos(\omega t - kr_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A_0\cos(\omega t - kr_2)\,.$$

On donne la formule $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
1 - Exprimer le signal total $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$ au point M.
On le mettra sous la forme $s(M,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$. On donnera l'expression de l'amplitude A obtenue, en fonction de A_0, λ et de $\delta = r_2 - r_1$.
2 - Retrouver alors la condition habituelle sur $\delta = r_2 - r_1$ pour que les interférences soient destructives.
3 - De même, retrouver la condition habituelle sur $r_2 - r_1$ pour que les interférences soient constructives.

EC 3 - Trous d'Young : A SAVOIR REFAIRE SANS HÉSITER ! ! ! ! !

On considère le montage des trous d'Young. L'écran est à grande distance : $D \gg x, y, a$. Le milieu est de l'air d'indice 1. La source S est supposée monochromatique $\lambda = 633$ nm (laser rouge He-Ne) et ponctuelle. Les trous sont de diamètres 70μm, d'écartement $a = 0,30$ mm, avec une distance $D = 2,0$ m. On suppose l'éclairement dû à S_1 (seul en l'absence de S_2) uniforme sur l'écran, d'intensité notée I_0. De même pour S_2.
On donne la formule de Fresnel : $I = 2I_0(1 + \cos\Delta\varphi)$ avec $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$ et $\delta(M)$ la différence de chemin optique en M.
On raisonne uniquement dans le plan de la feuille. On donne $(1+\varepsilon)^{1/2} \simeq 1 + \varepsilon/2$ pour $\varepsilon \ll 1$.

1 - Donner l'expression de la différence de chemin optique $\delta(M)$ au point M, en fonction de a, x et D. On exploitera le fait que $D \gg x, a$.
2 - En déduire l'expression de l'intensité au point M (aussi appelée éclairement).
3 - Cet éclairement est périodique. Donner l'expression de sa période spatialle (aussi appelée interfrange), notée i.
4 - Application numérique pour i.
5 - Comment est modifié l'interfrange si on augmente la distance entre les trous ? Si on augmente la longueur d'onde λ ? Et si on augmente la distance D ?

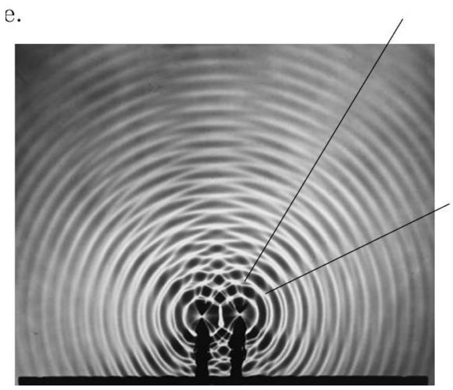


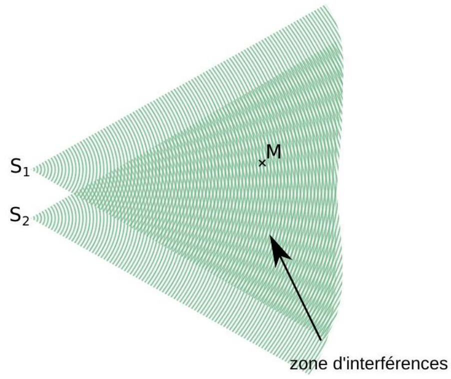
I. Interférences avec des ondes mécaniques ou acoustiques

Interférences = superposition d'ondes **synchrones**.

1. Principe de superposition

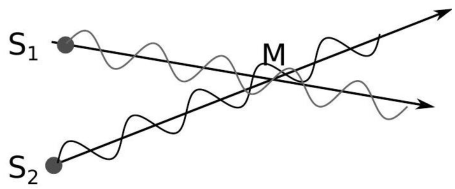
- Interférences entre deux ondes sphériques produites par deux vibreurs à la surface de l'eau.





zone d'interférences

- Idée derrière les interférences :
  - Source S_1 qui produit une onde $s_1(M,t)$ (valeur au point M à l'instant t).
  - Source S_2 qui produit une onde $s_2(M,t)$ (valeur au même point M, instant t).



$\Rightarrow$ l'onde totale au point M est : $\boxed{s_{\text{tot}}\ (M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)}$.

Définition de destructif/constructif

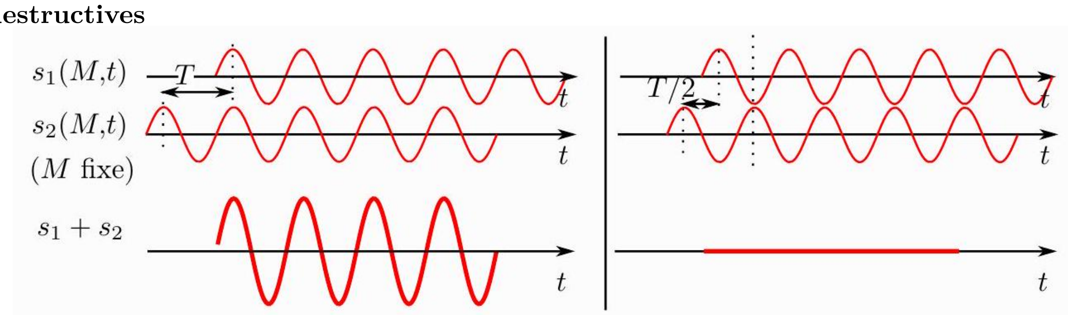
- Si les ondes s_1 et s_2 sont **en phase** au point M (maximales en même temps, ou minimales en même temps), alors l'amplitude s_{tot} est importante.

  $\rightarrow$ interférences **constructives**

- Si les ondes s_1 et s_2 sont **en opposition de phase** au point M (l'une est maximale et l'autre minimale), alors l'amplitude s_{tot} est faible.

  $\rightarrow$ interférences **destructives**

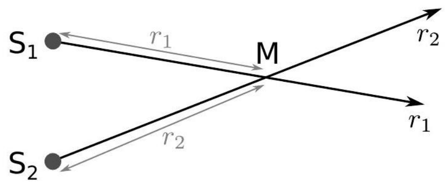
Enregistrement au point M :



Attention : tout ceci n'a un sens que si s_1 et s_2 sont de **même période** (ou fréquence, ou pulsation).
Remarque : Sur le schéma de droite ci-dessus, l'amplitude totale est nulle car s_1 et s_2 ont la même amplitude. Si ce n'est pas le cas, $s_1 + s_2$ ne sera pas d'amplitude nulle, mais faible (et on dit aussi que les interférences sont destructives).

2. Condition sur le déphasage entre les deux ondes

On considère deux sources S_1 et S_2 qui émettent des ondes progressives sinusoïdales avec la même période $T = 2\pi/\omega$. On prend une même phase à l'origine $\varphi_0 = 0$.



- Soit M un point d'observation.
- On note r_1 l'axe entre S_1 et M, et r_2 l'axe entre S_2 et M.
- On a donc $r_1 =$ distance S_1M et $r_2 =$ distance S_2M.

- Comment peut-on écrire l'onde émise par S_1 avec les notations introduites ? Et celle émise par S_2 ?

- Au point M, le signal 1 est $s_1(M,t) =$
- Au point M, le signal 2 est $s_2(M,t) =$

Définition : déphasage et différence de marche

On définit :

- Le **déphasag**e entre les deux ondes au point M : $\boxed{\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1}$

  On a donc aussi $\Delta\varphi(M) = k\,(r_1 - r_2) = \dfrac{2\pi}{\lambda}\,(r_1 - r_2)$.

- La différence de marche entre les deux ondes au point M : $\boxed{\delta(M) = r_1 - r_2} \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi(M) = \dfrac{2\pi\delta}{\lambda}}$

Nous allons traduire les conditions d'interférences destructives ou constructives sur la valeur de $\Delta\varphi$ et de δ.
$\rightsquigarrow$ Cas 1 : interférences constructives, donc ondes s_1 et s_2 en phase au point M (max ou min en même temps)

$\rightsquigarrow$ Cas 2 : interférences destructives, donc ondes s_1 et s_2 en opposition de phase au point M (l'une max lorsque l'autre est min)

Bilan

- Interférences constructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = 2n\pi \Leftrightarrow \delta = r_1 - r_2 = n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$.
- Interférences destructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = \pi + 2n\pi \Leftrightarrow \delta = r_1 - r_2 = \dfrac{\lambda}{2} + n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$.

On retrouve ce qu'on a annoncé dans le 1/. Se souvenir que c'est logique : en phase $\Leftrightarrow$ décalage d'une période donc d'un nombre entier de fois λ, ou encore égalité de ce qui est dans le cos à 2π près. En opposition de phase $\Leftrightarrow$ décalage d'une demi-période donc de $\lambda/2$, ou encore différence de π pour ce qui est dans les cosinus.
$\rightsquigarrow$ Faire l'EC1.

3. Expression de l'amplitude de l'onde résultante

$\rightsquigarrow$ Faire l'EC2.

II. Interférences avec des ondes optiques

1. Intensité lumineuse

La fréquence des ondes lumineuses est très élevée $\left(f = c/\lambda \simeq 10^{15}\text{ Hz }\right)$, si bien que les détecteurs (ou l'œil) ne permettent pas d'enregistrer le signal $s(M,t) = A\cos(\omega t - kr)$. Ils ne sont sensibles qu'à l'énergie moyenne reçue, elle-même proportionnelle a valeur moyenne du carré du signal (valeur efficace) :

$$\text{intensité au point } M : I(M) = k\left\langle s(M,t)^2\right\rangle.$$

(k est une constante de proportionnalité, souvent prise égale à 1)

2. Interférences et formule de Fresnel

Supposons deux ondes lumineuses synchrones de pulsation commune ω. L'onde résultante en M s'écrit

$$s(\mathrm{M},t) = A_1\cos(\omega t - \varphi_1) + A_2\cos(\omega t - \varphi_2)$$

d'où l'on déduit l'intensité du rayonnement en M :

$$I(\mathrm{M}) = \left\langle s(\mathrm{M},t)^2\right\rangle = \left\langle {A_1}^2\cos^2(\omega t - \varphi_1) + {A_2}^2\cos^2(\omega t - \varphi_2)\; + +2A_1A_2\cos(\omega t - \varphi_1)\cos(\omega t - \varphi_2)\right\rangle$$

Sachant que $\begin{cases} \langle \cos^2(\omega t + \varphi) \rangle = \\ \langle \cos(\omega t + \varphi) \rangle = \end{cases}$ et $\cos(\omega t - \varphi_1)\cos(\omega t - \varphi_2) = \frac{1}{2}\left[\cos(2\omega t - \varphi_1 - \varphi_2) + \cos(\varphi_2 - \varphi_1)\right]$

on obtient

$$I(\mathrm{M}) = \frac{1}{2}A_1^2 + \frac{1}{2}A_2^2 + A_1 A_2 \langle \cos \Delta\varphi \rangle$$

Remarque : Dans le cas de deux ondes non synchrones, on obtient de manière analogue le terme d'interférence

$$\cos(\omega_1 t - \varphi_1)\cos(\omega_2 t - \varphi_2) = \frac{1}{2}\left[\cos((\omega_1 + \omega_2)t - \varphi_1 - \varphi_2) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t\varphi_2 - \varphi_1)\right]$$

Ces deux cosinus sont de moyenne nulle. Il ne peut donc pas y avoir d'interférences entre sources de fréquence différente !

Cette démonstration n'est pas exigible, donc pas à apprendre ! Seul le résultat doit être retenu :

Formule de Fresnel

Soient deux sources de lumière $\begin{cases} \text{monochromatique (longueur d'onde dans le vide } \lambda \text{),} \\ \text{de même intensité (notée } I_0 \text{).} \end{cases}$

Lorsqu'elles interfèrent, l'intensité résultante s'écrit selon la formule de Fresnel :

$$\boxed{I(M) = 2I_0(1 + \cos\Delta\varphi) \text{ avec } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)}$$

Ici $\Delta\varphi$ est le déphasage entre les deux signaux reçus au point M, $\delta(M)$ est la différence de chemin optique.

Rque : pour des sources d'intensité différente, on a : $\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\langle \cos\Delta\varphi \rangle}$

3. Chemin optique, différence de marche

Chemin optique

Dans un milieu transparent d'indice optique n, le chemin optique entre un point S et un point M est : $(SM) = n \times SM$.

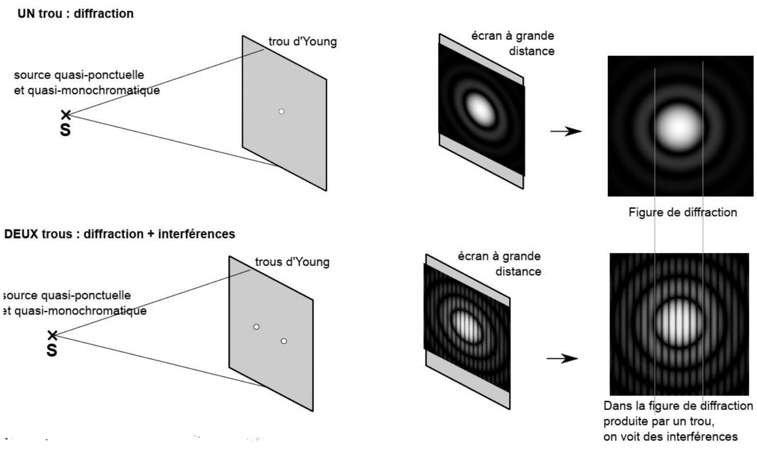
Différence de marche

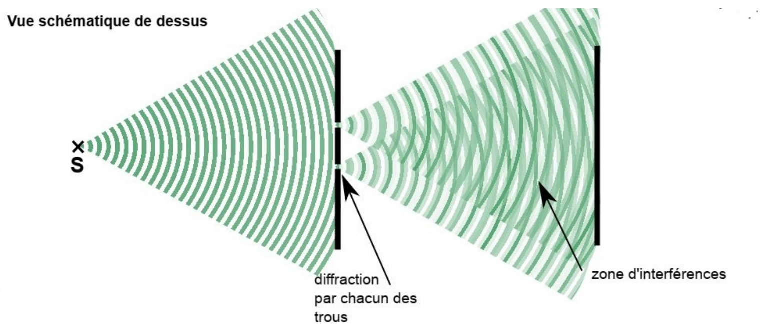
Soit deux sources S_1 et S_2, et un point M, la différence de chemin optique ou de marche entre S_1 et S_2 est :

$$\delta(M) = (S_1 M) - (S_2 M) \qquad \text{Ne pas oublier l'indice } n\,!$$

.

4. Expérience des trous d'Young et des fentes d'Young





⇝ Faire l'EC3.