

TD Ondes

Quelques signaux

1) Longitudinale = onde sonore / ressort; transversale: corde, vague

2) $s(t, x) = A \sin(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda} x) + \varphi_0$ forme générale

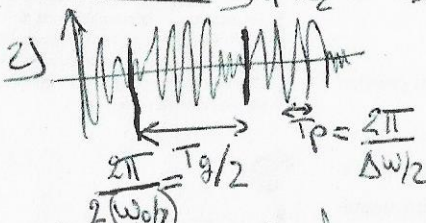
donc $A = 6$ (Unité arbitraire), $f = 1,6 \text{ kHz}$, $\frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$

$\omega = 2\pi f \approx 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$; $c = \lambda f = 640 \text{ m.s}^{-1}$

3) le signal parcourt $2L$ (aller-retour) entre 2 cris

$t = \frac{2L}{c_{\text{son}}} \Rightarrow L = \frac{c_{\text{son}} t}{2} = \frac{340 \times 70 \times 10^{-3}}{2} \approx 12 \text{ m}$

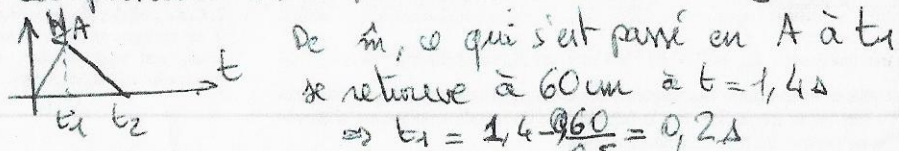
Battements

1) $s_1 + s_2 = 2A_m \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$
 rapide, période T_p lent, période T_g

 $\frac{2\pi}{T_p} = \frac{\Delta\omega}{2}$ $\frac{2\pi}{T_g} = \frac{\Delta\omega}{2}$

3) Piano, guitare mal accordée

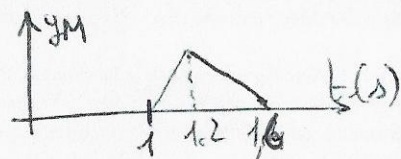
Evolution d'ondes progressives

1) La perturbation a parcouru $70 \text{ cm} \Rightarrow t = \frac{d}{c} = 1,4 \text{ s}$

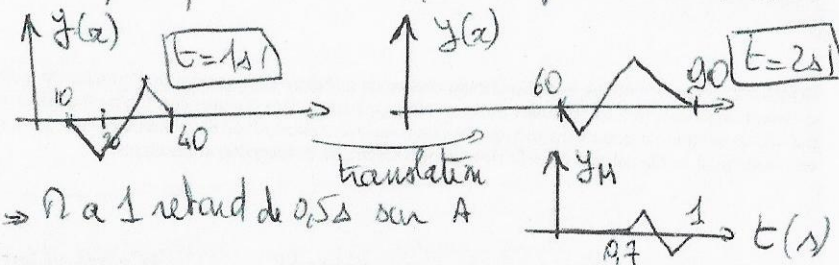


idem $\Rightarrow t_2 = 0,6 \text{ s}$

$AM = 50 \text{ cm} \Rightarrow M$ a 1 retard sur A de $\frac{AM}{c} = 1 \text{ s}$.



2) la perturbation dure $0,3 \text{ s} \Rightarrow$ elle mesure $c \Delta t = 0,15 \text{ m}$
 à $t = 1 \text{ s}$, le signal qui débute à $0,2 \text{ s}$ a parcouru $0,8 \times 50 = 40 \text{ cm}$



Effet Doppler 1) $t=0$, bip émis, reçu à t_1

$t = T_A$, bip émis, reçu à t_2

$t_1 = \frac{d}{c}$, $t_2 = T_A + \frac{d + v_0 T_A}{c}$

$\Rightarrow T_r = t_2 - t_1 = T_A \left(1 + \frac{v_0}{c}\right)$

2) $f_r = \frac{1}{T_r} = \frac{f_a}{1 + \frac{v_0}{c}} \approx f_a \left(1 - \frac{v_0}{c}\right) = \frac{AN}{c} = 1000 \left(1 - \frac{50/36}{340}\right) = 959 \text{ Hz}$ (+ grave)

4) Alors t_2 devient $t'_2 = T_A + \frac{d + (v_0 - v_p) T_A}{c}$
 $\Rightarrow$ on remplace v_0 par $v_0 - v_p$ (discutable, voir comp lement)

5) Si l'ambulance s'approche, t_2 devient $t'_2 = T_A + \frac{d - v_0 T_A}{c}$

$\Rightarrow$ on remplace v_0 par $-v_0 \Rightarrow f'_r = 1041 \text{ Hz}$

6) Doppler s'écrit $\frac{f_{\text{reçu}}}{f_{\text{émis}}} = \frac{c_{\text{reçu}}}{c_{\text{émis}}} = \frac{\lambda_{\text{émis}}}{\lambda_{\text{reçu}}} = \frac{\lambda_0}{\lambda_g} = 1 - \frac{v_0}{c}$

$\Rightarrow v_0 = c \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_g}\right) = \frac{AN}{\lambda_g} = 2,5 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$

mesure d'un déphasage 1) Graphiquement $S_1 = 1,4V$; $S_2 = 1V$
 $T_1 = T_2 = 3ms$, $f_1 = f_2 = 333Hz \Rightarrow$ synchrones
 2) v_2 passe par 0 en montant avant $v_1 \Rightarrow v_1$ en retard
 sur v_2 (ça dépend d'une convention... ça se discute)
 $\Delta t = 1ms$ (entre 2 sommets par ex)
 $\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta t}{T} = \frac{2\pi}{3}$
 3) On a $v_2 = 1 \cos(\omega t + \phi_2)$ avec $\phi_2 = \pi$ ($\cos = -1$ en $t=0$)
 or $\phi_2 = \phi_1 + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \phi_1 = \frac{\pi}{3}$

Onde le long d'une corde

1) $y(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - kx\right)$ ($k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$)
 double périodicité $\left\{ \begin{array}{l} \text{spatiale } (s(x+\lambda, t) = s(x, t)) \\ \text{temporelle } (s(x, t+T) = s(x, t)) \end{array} \right.$

2) On suppose $c = m^\alpha F^\beta L^\gamma \Leftrightarrow m s^{-1} = kg^\alpha (kg m s^{-2})^\beta m^\gamma$
 En séparant les unités: $\begin{cases} m: 1 = \beta + \gamma \\ kg: 0 = \alpha + \beta \\ s: -1 = -2\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 1/2 \\ \alpha = -1/2 \\ \gamma = 1/2 \end{cases}$

Donc $\boxed{c = \sqrt{\frac{FL}{m}}}$

3) AN $c = \sqrt{\frac{15 \times 10}{0,1}} = 39 m s^{-1}$; $\lambda = cT = \frac{c}{f} = 2,6 m$

4) $y(5, t) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{10\pi x}{\lambda}\right)$

5) $\lambda = \frac{c}{f} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \lambda$ double si $\sqrt{F}$ double $\Rightarrow$ si F est multipliée par 4

Interférences et acoustique

1) L'onde réfléchie a parcouru $2D$ en plus
 $\Rightarrow$ elle a 1 retard $\gamma = \frac{2D}{c_s}$

2) $\Delta\phi = k\Delta L = 2kL = \frac{\omega \times 2D}{c_s} = \omega\gamma$ (ou $\Delta\phi = 2\pi \frac{\gamma}{T} = \omega\gamma$)

3) Interférences destructives si $\Delta\phi = (2n+1)\pi$
 $\Leftrightarrow 2\pi f_n \gamma = (2n+1)\pi \Rightarrow \left[f_n = \frac{2n+1}{2\gamma} \right]$

4) Pour qu'aucune son ne soit audible, il faut
 $f_0 = f_{\min} = 20 \text{ kHz} \Rightarrow \frac{1}{2\gamma} = f_{\min} = \frac{c_s}{4D_{\max}}$
Donc $D_{\max} = \frac{c}{4f_{\min}} = \frac{340}{4 \times 20 \times 10^3} \approx 4 \text{ mm}$ (irréalisable)

- 5) - Atténuation du son réfléchi avec la distance
- superposition d'ondes réfléchies de "trous" différents

Mesure de l'épaisseur d'une lame

1) Par symétrie, $(SS_1) = (SS_2)$,

$$\left. \begin{aligned} (S_1M) &= \sqrt{D^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2} \\ (S_2M) &= \sqrt{D^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \delta &= (S_2M) - (S_1M) \\ &\approx D \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2D} + \frac{x}{D} \right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2D} - \frac{x}{D} \right)^2 \right) \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left[\delta \approx D \left(\frac{ax}{2D^2} + \frac{ax}{2D^2} \right) = \frac{ax}{D} \right]$$

Fresnel $I = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \right)$ donne $I = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right)$

Interfrange = période spatiale du cos (de type $\cos \left(\frac{2\pi x}{\ell_{\text{spat}}} \right)$)
 $\Rightarrow \left[\ell = \frac{\lambda D}{a} \right]$

Rq: on peut retrouver ℓ par le déf de la période spatiale de la figure: $I(x+\ell) = I(x) \Rightarrow \frac{2\pi a(x+\ell)}{\lambda D} = \frac{2\pi ax}{\lambda D} + 2\pi \Rightarrow \ell = \frac{\lambda D}{a}$

2) $\delta = 0 \Leftrightarrow x = 0$

3) Alors s'ajoute la différence de marche AVANT les trous:

Sur le chemin SS_1 , on a remplacé l'épaisseur e d'air (chemin optique e) par 1 même épaisseur de verre (chemin optique ne) $\Rightarrow$ on a rajouté 1 différence de marche $(n-1)e$.

$$\text{D'où } \left[(SM)_1 - (SM)_2 = (n-1)e - \frac{ax}{D} \right]$$

4) La frange centrale correspond à $\delta = 0 \Leftrightarrow x = \frac{De(n-1)}{a}$
Soit $\left[x = e(n-1) \frac{c}{\lambda} \right]$

5) Alors $10\ell = e(n-1) \frac{c}{\lambda} \Rightarrow e = \frac{10\lambda}{n-1} \stackrel{\text{AN}}{=} 12,5 \mu\text{m}$

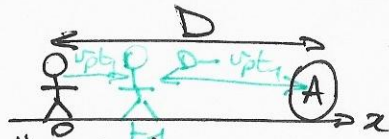
- Complément : effet Doppler quand le récepteur bouge

Rappel : on a obtenu pour 1 récepteur immobile, 1 source qui s'éloigne à v_o , $f_r = f_a(1 - \frac{v_o}{c_s})$.

Il est tentant de dire : si le récepteur avance vers la source à v_p , tout se passe comme si dans le référentiel du récepteur, la source s'éloigne à $v_o - v_p$. $\Rightarrow f_r$ devient $f_r' = f_a(1 - \frac{v_o - v_p}{c_s})$

Mais on oublie alors que l'onde se déplace à c_s dans le référentiel terrestre, pas dans celui du récepteur ! Le raisonnement est donc faux.

- Dans le ref terrestre :



- $t=0$, émission d'1 bip (piéton à l'origine)

$t = t_1$, réception par le piéton, à $x = v_p t_1$: l'onde a parcouru $D - v_p t_1$ à $c_s \Rightarrow c_s t_1 = D - v_p t_1$

$$\text{D'où } t_1 = \frac{D}{c_s + v_p}$$

- $t = T_a$, 2^e bip (ambulance en $D + v_o T_a$) reçu en t_2 par le piéton en $x = v_p t_2$.

L'onde a parcouru

$$D + v_o T_a - v_p t_2 \text{ à } c_s \Rightarrow c_s(t_2 - T_a) = D + v_o T_a - v_p t_2$$

pendant $t_2 - T_a$ temps de "vol" de l'onde

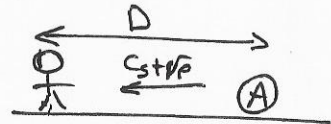
$$\text{D'où } t_2 = \frac{D + T_a(v_o + c_s)}{c_s + v_p}$$

Soit 1 période perçue par le récepteur

$$T_r = t_2 - t_1 = T_a \frac{(v_o + c_s)}{(c_s + v_p)} \Rightarrow f_r = f_a \left(\frac{c_s + v_p}{v_o + c_s} \right)$$

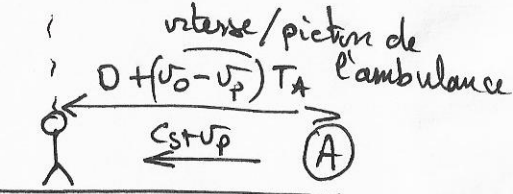
- Dans le ref du piéton : le son va + vite (composition des vitesses : $\vec{c}_{son/piéton} = \vec{c}_{son/air} + \vec{c}_{air/piéton} \parallel \vec{c}_{piéton/air}$
 $= -c_s \vec{e}_x - v_p \vec{e}_x$
 $\vec{c}_{son/piéton} = -(c_s + v_p) \vec{e}_x$

- $t=0$, émission 1^{er} bip :



$$\text{D'où } t_1 = \frac{D}{c_s + v_p}$$

- $t = T_a$, 2^e bip :



$$\text{Donc } t_2 = T_a + \frac{D + (v_o - v_p)T_a}{c_s + v_p} = \frac{D + T_a(v_o + c_s)}{c_s + v_p} = t_2$$

(mêmes résultats --- ouf!)

Requie :

Si v_p et $v_o \ll c_s$, on a $f_r \approx f_a \left(1 + \frac{v_p}{c_s} \right) \left(1 - \frac{v_o}{c_s} \right)$

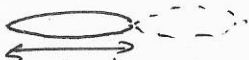
$$\approx f_a \left(1 + \frac{v_p - v_o}{c_s} - \frac{v_p v_o}{c_s^2} \right)$$

Donc $f_r \approx f_a \left(1 - \frac{v_o - v_p}{c_s} \right)$, on retrouve (de manière approchée) le résultat obtenu par le raisonnement simpliste du début.
 negligeable

Ondes stationnaires

Un air de guitare

1) $f_{\text{sol}} = \frac{f_{\text{sol}}}{2} = 196 \text{ Hz}$

Fondamental: 
 $L = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = \frac{1}{2f} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2f} \sqrt{\frac{4T}{\rho A \pi D^2}}$

En effet $\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho A V_{\text{onde}}}{L} = \frac{\rho A \pi D^2 L}{4L} = \frac{\rho A \pi D^2}{4}$

D'où $T = L^2 f^2 \rho A \pi D^2 \frac{AN}{4} = 0,63^2 (196)^2 7800 \times 3,14 \times (0,55 \cdot 10^{-3})^2$
 $= 110 \text{ N}$

2) Soient f_1 et f_2 les fréquences du fondamental et de sa variat° de $\Delta = 55$ savarts. Alors $\frac{f_2}{f_1} = 10^{\Delta/1000}$. or $\begin{cases} f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \\ f_2 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}} \end{cases}$

Donc $\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 10^{\Delta/1000} \Rightarrow T_2 = T_1 10^{2\Delta/1000}$
 $\frac{T_2}{T_1} \stackrel{AN}{=} 10^{1/100} = 1,023$

La tension a varié de 2,3%

3) On a $L f = \frac{c}{2} = \text{cte} \Rightarrow L_1 f_1 = L_2 f_2$

$\Rightarrow L_2 = L_1 \frac{f_1}{f_2} = 63 \times \frac{196}{220} = 56 \text{ cm}$. le doigt s'est déplacé de $63 - 56 = 7 \text{ cm}$

Corde excitée par 1 vibreur



1) $y(0, t) = 30 \sin \omega t$ (1)

$y(L, t) = 0$ (2)

2) Découplage entre t et $x \Rightarrow$ onde stationnaire

3) On a donc $\begin{cases} y(0, t) = A \sin \omega t \sin \varphi \\ y(L, t) = A \sin \omega t \sin(\frac{\pi}{2}L + \varphi) \end{cases}$ (3)

Pour que (2) soit satisfaite, il faut $\boxed{-\frac{\pi}{2}L = \varphi}$

Dans (3), on a alors avec (1): $30 = A \sin -\frac{\pi}{2}L$

$\Rightarrow \boxed{A = \frac{-30}{\sin \frac{\pi}{2}L}}$

4) A diverge pour $\sin \frac{\pi}{2}L = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2}L = n\pi \Rightarrow \boxed{\frac{L}{2} = n}$

On peut avoir 1 amplitude non nulle avec 1 déplacement nul en $x=0 \Rightarrow$ corde de 1/2 de corde fixée aux 2 bouts!

5) Modèle inadapté (pas de dissipat° d'énergie)

Tuyaux sonores

	air	eau	solides
1) C_{son} (m/s)	≈ 350	≈ 1000	≈ 1500

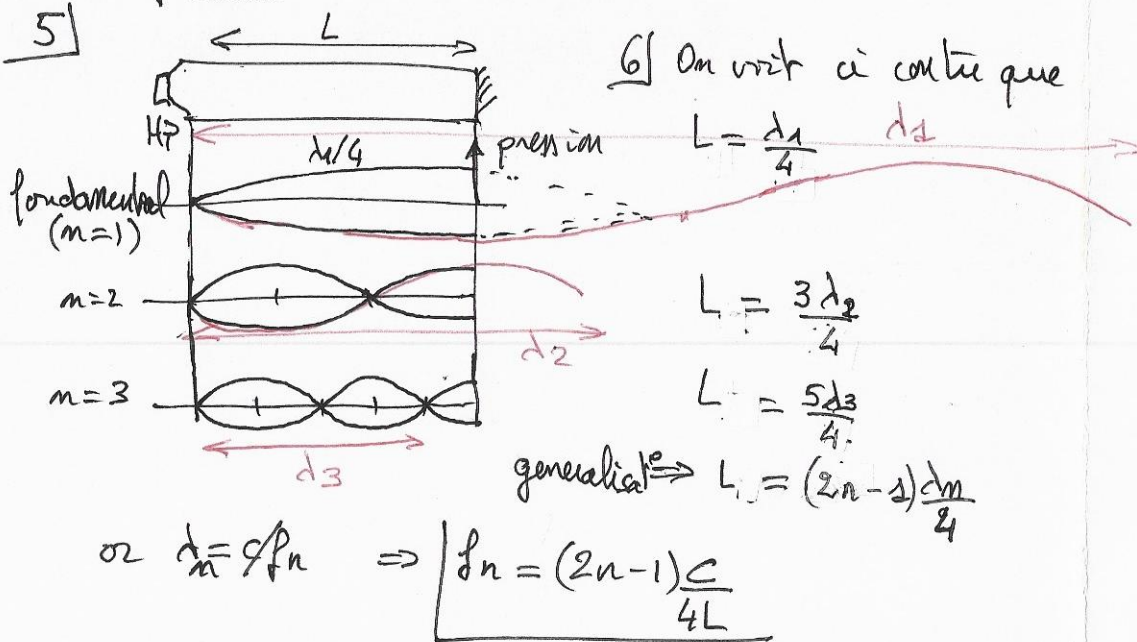
2) 2 conditions aux limites $\Rightarrow$ ondes stationnaires

3) Aux noeuds de pression, $P = \text{cte} = P_{atm}$, l'air n'est jamais comprimé. Pour cela les molécules doivent être libres de bouger $\Rightarrow$ ventre de ventre

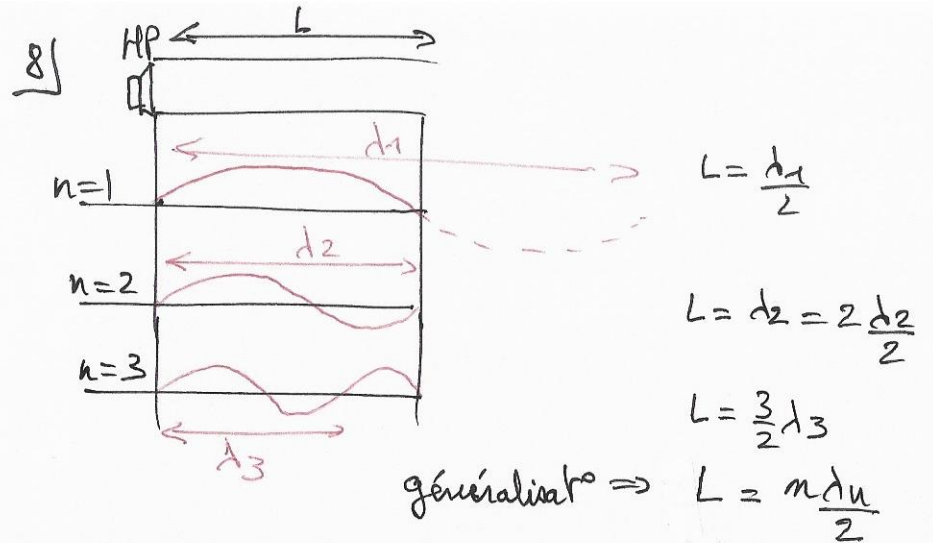
• Aux noeuds de ventre, les particules ne bougent pas $\Rightarrow$ elles "se heurtent" = se compriment $\Rightarrow$ ventre de pression

4) La membrane du HP fait bouger longitudinalement le milieu (air) $\Rightarrow$ ventre de déplacement $\Rightarrow$ noeud de pression

• Le mur impose un noeud de déplacement $\Rightarrow$ ventre de pression



7) Toujours 2 conditions aux limites : $P = \text{cte} = P_{atm}$ (noeuds de pression aux extremités)



Donc $(\lambda_n = \frac{c}{f_n}) : f_n = \frac{n c}{2L}$

9) on a $L = \frac{c}{2f_1} \frac{4N}{2 \times 523} = 32,5 \text{ cm}$

10) Le flûte fonctionne comme le système précédent (2 noeuds de pression aux extremités $\Rightarrow$ m même resultat).