

Problème 1 : cyclisme (CC-INP, PSI 2023)

1. A $t = 0$: impulsion émise en E à $t = 0$, se propageant à la vitesse c_0 , mobile en x_0 , avançant à la vitesse v .

à t_1 : mobile R se situe en $x_R(t_1) = x_0 + vt_1$

L'onde a donc parcouru la distance $x_R(t_1)$ à la vitesse c_0 pendant une durée t_1 .

Soit $c_0 t_1 = x_0 + vt_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{x_0}{c_0 - v}}$

- Entre l'émission et la réception, la 2^e impulsion a parcouru la distance $c_0 (t_2 - t_1)$.

Or, le mobile se trouve en $x_R(t_2) = x_0 + vt_2$

soit $c_0 (t_2 - t_1) = x_0 + vt_2 \Rightarrow \boxed{t_2 = \frac{x_0 + c_0 t_1}{c_0 - v}}$

2. On peut déduire de 1., la période du train d'onde : $T_R = t_2 - t_1$
 $\Rightarrow T_R = \frac{c_0 t_1}{c_0 - v}$
 et donc la fréquence $f_R = \frac{1}{T_R} = \frac{c_0 - v}{c_0 t_1} = \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) \cdot \frac{1}{t_1}$

$\boxed{f_R = \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) f_E}$

3. Système { voiturette }
 référentiel terrestre $\equiv$ galiléen

BDF : Poids $\vec{P}$

Réaction du support $\vec{N}$, $\perp$ à la piste car pas de frottements.

Théorème de l'énergie cinétique entre le départ et l'arrivée :

$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{N})$ avec $W(\vec{P}) = mgh$

Soit $\frac{1}{2} m v_f^2 = mgh \Rightarrow \boxed{v_f = \sqrt{2gh}}$ AN : $v_f = 3 \text{ m.s}^{-1}$

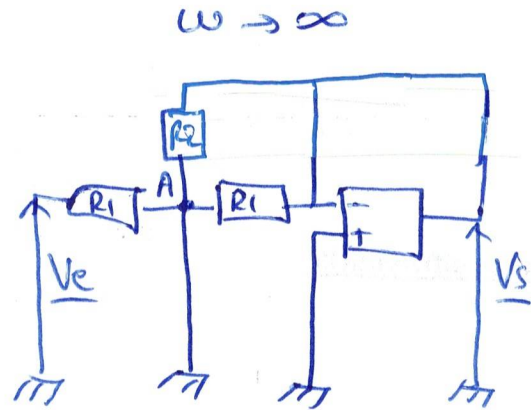
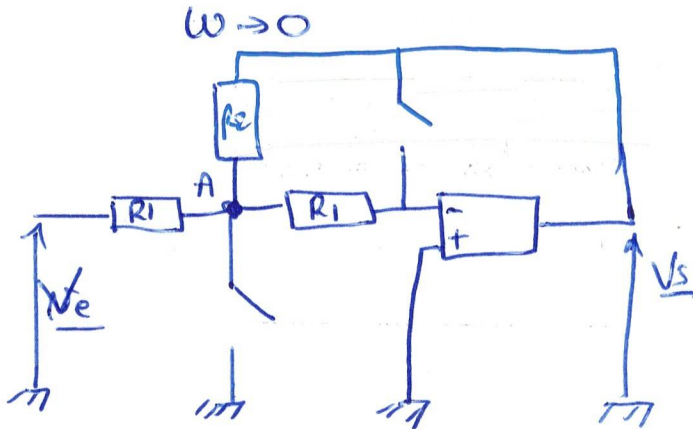
4. célérité des ondes sonores dans l'air $\approx 340 \text{ m.s}^{-1}$ à température ambiante.

On a : $f_R = \left(1 - 2 \frac{v}{c_0}\right) f_E = \left(1 - 2 \frac{3}{340}\right) 40 \cdot 10^3 \approx 0,98(40 \cdot 10^3) \approx f_E$.

Ecart relatif entre f_R et f_E : $\frac{|f_R - f_E|}{f_E} = 2\% < 20\%$. On ne peut pas les distinguer à l'oscilloscope.

D'où l'utilité du montage à détection synchrone.

5. Sans calcul $\Rightarrow$ analyse rapide par $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$



$$V_s = V_- \text{ par le fil}$$

$i_- = 0$ (AO idéal)

$$\Rightarrow V_A = V_- = V_+ = 0 \text{ (relatif à la masse)}$$

$$V_- = V_+ = 0 \text{ (AO linéaire)}$$

Th. de Millman en A :

$$\frac{V_A}{\frac{1}{\infty}} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_e}{R_1} + \frac{V_s}{R_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_e}$$

$$\text{cdf : } \boxed{V_s = 0}$$

On a donc un filtre passe-bas.

6. $\underline{H_1}(j\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 0$

$\underline{H_2}(j\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} G_0 \neq 0$

on en conclut que c'est $\underline{H_1}(j\omega)$ qui correspond au filtre étudié.

7. $\underline{H_1}(j\omega) = G_0$ par $\omega = 0$

Par ailleurs, avec l'étude faite on s., $\frac{V_s}{V_e} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} -\frac{R_2}{R_1}$

Conclusion : $\boxed{G_0 = -\frac{R_2}{R_1}}$

8. a) $s_E(t) = S_e \cos(2\pi f_e t)$
 $s_R(t) = S_r \cos(2\pi f_r t) \Rightarrow s_m(t) = \frac{S_e S_r}{2} \cos(2\pi(f_e - f_r)t) \cdot \cos(2\pi(f_e + f_r)t)$

b) On obtient un signal avec 2 fréquences : $f_e - f_r = \frac{2\nu}{C_0} f_e$

et $f_e + f_r = 2\left(1 - \frac{\nu}{C_0}\right) f_e$

On souhaite ne garder que la première : $f_e - f_r$.
 Il faut donc que la fréquence de coupure f_c soit petite devant $f_e + f_r$ et grande devant $f_e - f_r$

$$f_e - f_r \ll f_c \ll f_e + f_r$$

$$\text{sat} \quad 2\pi(f_E - f_R) \ll 2\pi f_0 \ll 2\pi(f_E + f_R)$$

$$\boxed{4\pi \frac{N}{C} f_E \ll \omega_0 \ll 4\pi(1 - \frac{N}{C}) f_E}$$

Ainsi, avec le filtre passe-bas étudié, on laisse passer la plus basse des pulsations $4\pi \frac{N}{C} f_E$ et on coupe la plus haute des pulsations $4\pi(1 - \frac{N}{C}) f_E$.

$$c) \underline{AN}: \quad \frac{N}{C} = \frac{3}{340} \approx 1\%$$

on peut donc prendre $\boxed{\omega_0 \approx 10 \cdot 4\pi f_E \frac{N}{C}}$ par quoi les inégalités fortes précédentes soient vérifiées.

9. • fréquence mesurée sur l'oscillogramme: $f = \frac{1}{T}$ avec $T = 5 \text{ carreaux} \times 1 \text{ ms} = 5 \text{ ms}$

$$\text{sat} \quad \underline{f = 200 \text{ Hz}}$$

• or la fréquence $f_0 = 40 \text{ kHz}$

$$\text{sat} \quad f_0 \approx 10 \cdot 2 f_E \frac{N}{C} = 20 f_E \frac{N}{C} \approx \underline{8 \text{ kHz}}$$

on a donc bien $f \ll f_0$ d'où l'essai réalisé à basse fréquence.

$$\bullet \quad \left| \frac{V_S}{V_E} \right| = \left| \frac{\text{amplitude voie 2}}{\text{amplitude voie 1}} \right| = \frac{2 \times 5}{1 \times 0,1} = 100 \quad \left(|G_0| = \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Connaissant $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, on en déduit $\underline{R_2 = 100 R_1 = 10^5 \Omega}$

$$10. \bullet \quad e_1(t) = E_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$\underline{H(j\omega_0)} = \frac{G_0}{2j\omega_0} = \frac{G_0}{j\sqrt{2}}$$

$$H(\omega_0) = \frac{|G_0|}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi(\omega_0) = \arg(G_0) - \arg j\sqrt{2}$$

$$\text{sat} \quad s_1(t) = \frac{|G_0|}{\sqrt{2}} E_0 \cos(\omega_0 t + \pi/2)$$

$$\boxed{s_1(t) = -\frac{R_2}{\sqrt{2} R_1} E_0 \sin(\omega_0 t)}$$

$$e_2(t) = E_{02} \cos(100\omega_0 t)$$

$$H(j.100\omega_0) \approx \frac{G_0}{-(\frac{100\omega_0}{\omega_0})^2} = \frac{G_0}{-10^4} \Rightarrow H(100\omega_0) = \frac{|G_0|}{10^4} = \frac{R_2}{R_1.10^4}$$

$$\varphi(100\omega_0) = 0 \quad (\arg \text{ d'un réel } > 0)$$

$$\text{Avec } \boxed{s_2(t) = \frac{R_2}{10^4 R_1} E_{02} \cos(100\omega_0 t)}$$

11. Sur l'oscillogramme, on mesure 4 périodes sur 7 carreaux.

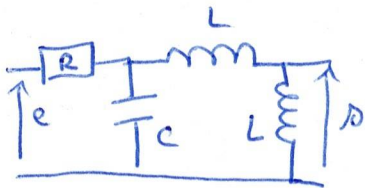
$$\text{Donc } T = \frac{7}{4} \times 1 \text{ ms} \quad \text{et } f = \frac{4}{7} \text{ kHz}$$

↑
calibre

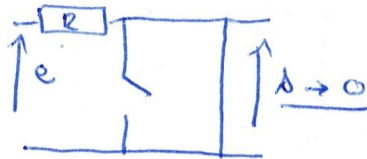
$$\text{Or } v = \frac{c_0 f}{2f_c} \quad (\text{voir Q.8}) \Rightarrow \underline{v \approx 2,5 \text{ m/s}}$$

Ce qui correspond à l'ordre de grandeur calculé en Q3.
donné ici

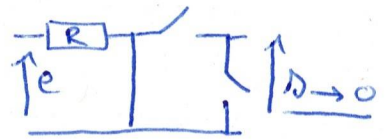
Problème 2: Filtré de Hartley



1. $\omega \rightarrow 0$



$\omega \rightarrow \infty$



On peut conclure que ce filtre est un passé-bande.

$$2. \quad H(j\omega) = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1 + 2j\frac{L\omega}{R} + 2L(j\omega)^2} = H_0 \frac{jx/Q}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2j\frac{L\omega}{R}}{1 - 2LC\omega^2 + 2j\frac{L\omega}{R}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} H_0 = \frac{1}{2} \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \\ Q = R\sqrt{\frac{C}{2L}} \end{cases}$$

$$\frac{2L}{R} = \frac{1}{Q\omega_0} \Rightarrow Q = \frac{R}{2L\omega_0} = \frac{R}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

AN: $H_0 = \frac{1}{2}$; $\omega_0 = 7,1 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$
 $Q = 70,7$

3. a) En regardant les asymptotes, elles se croisent en $x = 10^0$, à la valeur $G_2 \approx -62 \text{ dB}$,

Une décade en-dessous, $G = -62 \text{ dB}$ par $x = 10^{-1}$

Une décade au-dessus, $G = -62 \text{ dB}$ par $x = 10^1$

On a donc bien une pente de -20 dB/déc à droite et de $+20 \text{ dB/déc}$ à gauche.

b) $x \ll 1$: $H(jx) \sim \frac{H_0 jx}{Q} \Rightarrow G_{dB}(x) \sim 20 \log \frac{H_0}{Q} + 20 \log x$

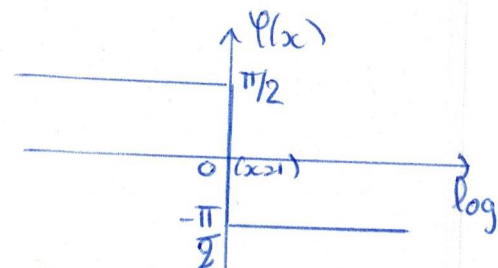
$x \gg 1$: $H(jx) \sim \frac{H_0 j}{Qx} \Rightarrow G_{dB}(x) \sim 20 \log \frac{H_0}{Q} - 20 \log x$

Ceci confirme les pentes obtenues ci-dessus.

c) $H(jx) \sim \frac{H_0 jx}{Q} \Rightarrow \varphi(x) \xrightarrow{x \ll 1} \pi/2$

$H(jx) \sim \frac{H_0 j}{Qx} \Rightarrow \varphi(x) \rightarrow -\pi/2$

$H(1) = H_0 \Rightarrow \varphi(1) = 0$



d) $G_1 = 20 \log |H(1)| = 20 \log H_0 = 20 \log \frac{1}{2} = \underline{-6 \text{ dB}}$.

G_2 est obtenu lors de l'intersection des droites asymptotes dont les équations ont été données précédemment (soit en $x = 1$)

$$20 \log \frac{H_0}{\omega} + 20 \log x = 20 \log \frac{H_0}{\omega} - 20 \log 1 = 20 \log \frac{H_0}{\omega}$$

soit $20 \log \frac{H_0}{\omega} = G_2 = \underline{-43 \text{ dB}}$.

Ces valeurs sont cohérentes avec celles lues sur le diagramme.

4. Ce filtre peut servir d'intégrateur à haute fréquence ($x \gg 1$) et de dérivateur à basse fréquence ($x \ll 1$) (Pentes de $\pm 20 \text{ dB/d}$)

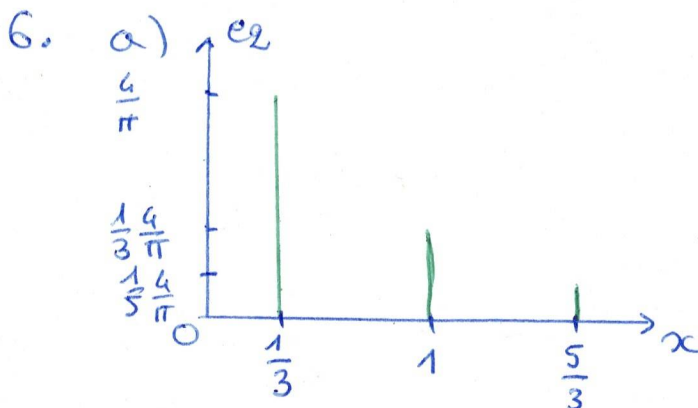
Pour réaliser ces fonctions, l'inconvénient est que le signal est alors fortement atténué (GdB petit).

5. $e_i(t) = E_0 + E_m \cos(\omega t)$

$\Rightarrow s_1(t) = H(0) \cdot E_0 + H(\omega_0) E_m \cos(\omega t + \varphi(\omega_0))$

$= 0 + H_0 E_m \cos(\omega t + 0)$

$= \underline{\frac{E_m}{2} \cos(\omega t)}$



b) Pour $\omega_2 = \frac{\omega_0}{3} \Rightarrow x = 1/3 = 0,33$

$G_{dB} \approx -52 \text{ dB}$

$\Rightarrow H(\omega_2) = 10^{-\frac{52}{20}} \approx 2,5 \cdot 10^{-3}$

soit l'amplitude de s_2 égale à $2,5 \cdot 10^{-3} E_m$.

• Pour $\omega_2 = \omega_0 : x = 1$

$G_{dB} \approx -6 \text{ dB}$

$H(\omega) = 10^{-\frac{6}{20}} = 0,5$

soit l'amplitude de s_2 égale à $0,5 E_m$.

c) Les signaux à ω_2 et $5\omega_2$ sont fortement atténués, alors que celui à ω_2 n'est atténué que de moitié. On peut donc dire qu'en sortie, il ne restera que le signal à la fréquence $\omega_2 = \omega_0$ et donc c'est une fonction sinusoïdale.

• Pour $5\omega_2 = 5\omega_0 \Rightarrow x = 5/3$

$G_{dB} \approx -42 \text{ dB}$

$H(5\omega_2) = 10^{-\frac{42}{20}} \approx 7,9 \cdot 10^{-3}$

$\Rightarrow$ amplitude de $s_2 = 7,9 \cdot 10^{-3} E_m$

Problème 3: Vibrations à la surface d'une cuve à ondes

1. Les ondes sont émises par une fourche qui envoie le signal vers E_1 et vers E_2 . On peut donc supposer que les signaux sont en phase au moment de l'émission.
2. Les franges observées sont des interférences (destructives là où le contraste s'annule, constructives où le contraste est le plus important).
3. La différence de marche δ est non nulle: $E_1 R \neq E_2 R$, donc il y a un déphasage $\Delta\varphi \neq 0$.

Les ondes sont progressives: $u_1(R, t) = A \cos(\omega t - k d_1)$ et $u_2(R, t) = A \cos(\omega t - k d_2)$, avec $\varphi_1 = -k d_1$ et $\varphi_2 = -k d_2$.

$$\text{on a alors } \boxed{\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k(d_2 - d_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta}$$

Avec δ la différence de marche $\delta = d_2 - d_1$.

4. On somme les signaux u_1 et u_2 :

$$\begin{aligned} u(t) &= A \cos(\omega t + \varphi_1) + A \cos(\omega t + \varphi_2) \\ &= 2A \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \\ &= \underbrace{2A \cos \frac{\Delta\varphi}{2}}_{A_{\text{res}}} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\text{Sàt } \boxed{A_{\text{res}} = 2A \cos \frac{\Delta\varphi}{2}}$$

5. Ares est minimum quand $\cos \frac{\Delta\varphi}{2} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$
sàt $\boxed{\Delta\varphi = (2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}}$

Ares est maximum quand $\cos \frac{\Delta\varphi}{2} = \pm 1 \Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{2} = n\pi, n \in \mathbb{Z}$.

$$\text{sàt } \boxed{\Delta\varphi = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}}$$

6. Interférences constructives quand A_{res} est maximum, sàt $\Delta\varphi = 2n\pi$
 $\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \delta = 2n\pi \Rightarrow \boxed{\delta = n\lambda, n \in \mathbb{Z}}$

De même, il y aura des interférences destructives pour $\boxed{\delta = \left(\frac{2n+1}{2}\right)\lambda, n \in \mathbb{Z}}$

$$7. \quad \delta = \frac{axc'}{d} \Rightarrow \frac{axc'}{d} = m\lambda \text{ par des interférences constructives,}$$

$$\Rightarrow x'_m = m \frac{\lambda d}{a}$$

$$\text{Soit l'interfrange } i = x'_{m+1} - x'_m = (m+1) \frac{\lambda d}{a} - m \frac{\lambda d}{a} = \frac{\lambda d}{a}$$

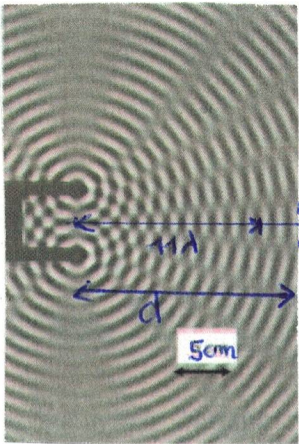
$$\boxed{i = \frac{\lambda d}{a}}$$

8. a) Echelle 5 cm $\leftrightarrow$ 0,7 cm.

on mesure $a = 0,9$ cm sur l'image soit 6,4 cm en réalité : $a = 6,4$ cm

sur la médiatrice de E_1E_2 , on mesure λd sur 2,4 cm.

Soit une longueur d'onde λ réelle égale à $\frac{2,4}{11} \times \frac{5}{0,7} = \underline{1,6 \text{ cm}}$



À une distance $d = 2,8 \text{ cm} \times \frac{5}{0,7} = 20 \text{ cm}$, on mesure $i = 0,7 \times \frac{5}{0,7} = \underline{5 \text{ cm}}$.

En appliquant la formule Q7 : $i = \frac{\lambda d}{a} = \frac{1,6 \times 20}{6,4} = \underline{5 \text{ cm}}$

Les 2 résultats concordent.

$$b) \quad f = 20 \text{ Hz} ; \boxed{c = \lambda \cdot f} \quad \underline{AN} : c = 1,6 \cdot 20 = 32 \text{ cm/s} \\ = \underline{0,32 \text{ m/s}}$$