

Accordeur

Centrale TSI 2019 - Ondes/Filtres - Facile

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare. La problématique est la suivante.

- La guitare comporte six cordes : Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu.
- Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées f_{ac} sont données dans le tableau 1.
- On souhaite accorder une corde légèrement désaccordée : on notera f_{co} la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question.

Principe de l'accordeur

- Sélection de la corde à accorder (donc f_{ac} est fixée).
- Création d'un signal carré de fréquence f_{ac} avec un oscillateur de type astable.
- Enregistrement du signal $u_e(t)$ provenant de l'excitation de la corde à accorder : signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence f_{co} .
- Amplification et filtrage de ce signal.
- Extraction de la fondamentale du signal : obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.
- Mise en forme de ce signal : obtention d'un signal carré de fréquence f_{co} .
- On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives f_{ac} et f_{co} . Dans les accordeurs récents le traitement est numérique : les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand $f_{co} = f_{ac}$.

Ce principe général est schématisé sur la figure 1.

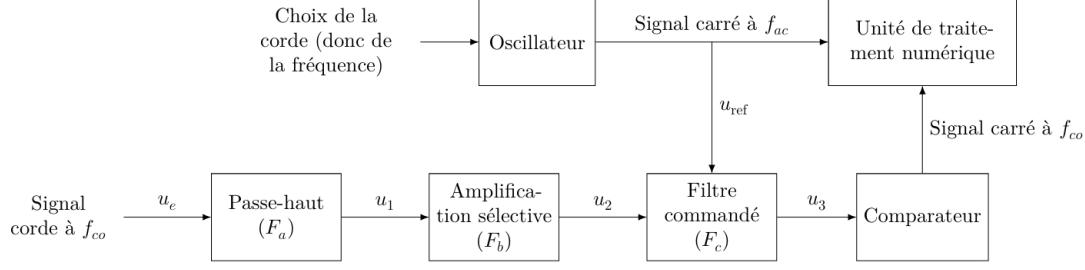


Figure 1 Principe de fonctionnement de l'accordeur de guitare

Ce problème s'intéresse au traitement du signal venant de la corde.

I.A - Le signal

La figure 2 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique.

- Q1. Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
 Q2. Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).
 Q3. De quelle corde de guitare s'agit-il ?
 Q4. L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier.

I. B Premier filtre

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 3 (filtre (F_a)).

- Q5. En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert $H_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1 , C_1 et de la pulsation ω du signal.
 Q6. De quel type de filtre s'agit-il ? Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.
 Q7. Tracer sans calcul l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.
 Q8. On a choisi $R_1 = 100\text{k}\Omega$ et $C_1 = 100\text{nF}$. Calculer la fréquence de coupure f_1 à -3 dB de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 2, quel est le rôle de ce premier filtre ?

I.C Deuxième filtre

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

I.C.1) Préambule

Soit le filtre de la figure 4(a).

- Q9. Exprimer sa fonction de transfert H en fonction de Z et Z' .
 Q10. Que devient H si Z et Z' sont des résistances ($Z = R$, $Z' = R'$) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

Corde	Fréquence (f_{ac})
Mi grave	82,4 Hz
La	110,0 Hz
Ré	146,8 Hz
Sol	196 Hz
Si	246,9 Hz
Mi aigu	329,6 Hz

Tableau 1 Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare

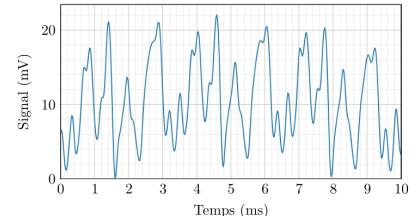


Figure 2 Signal de la guitare

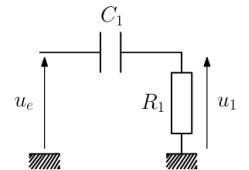


Figure 3 Filtre (F_a)

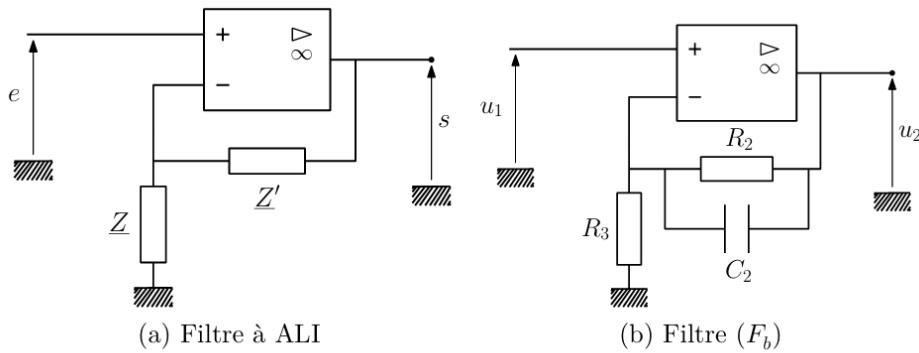


Figure 4 Deux filtres

I.C.2) Amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 3 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 4(b) (filtre (F_b)).

Q 11. Quelle est l'impédance Z_{eq} de la branche constituée par R_2 en parallèle avec C_2 ?

Q 12. Déduire de la question 9 l'expression de la fonction de transfert H_2 de ce filtre en fonction de R_2 , R_3 et C_2 .

Q 13. Mettre H_2 sous la forme

$$H_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2}$$

et donner les expressions de G_0 et ω_2 .

Q 14. Quelle est la limite de $|H_2|$ en basse fréquence ? en haute fréquence ?

Q 15. Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à ω_2 si $R_2 = 680\text{k}\Omega$, $R_3 = 6\text{k}\Omega$ et $C_2 = 470\text{pF}$ ainsi que son gain G_0 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

I.D - Filtrage (très) sélectif commandé

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal u_2 , dont la valeur est à priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder. Le principe du filtre (F_c) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence f_{ac} . Ce type de commande (à capacité commutée) sera précisé dans la sous-partie I.F.

I.D.1) Diagramme de Bode La figure 5 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre (F_c) tracé à deux échelles différentes.

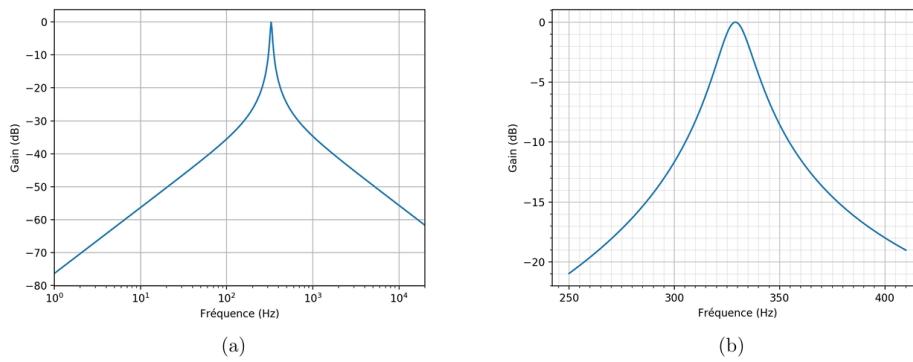


Figure 5 Diagramme de Bode en gain du filtre (F_c)

Q 16. Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?

Q17. Donner une estimation de sa bande-passante à -3 dB après l'avoir définie.

Q 18. Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315$ Hz, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

I.D.2) Analyse spectrale

La figure 6 correspond au spectre du signal d'entrée u_e représenté sur la figure 2.

Q 19. Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 2.

Q 20. En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 7 correspond à la sortie du premier filtre (F_a).

Q 21. Même question, pour la sortie du filtre (F_b).

Q 22. Tracer l'allure du spectre du signal en sortie du filtre (F_c). Tracer l'allure du signal (temporel) correspondant.

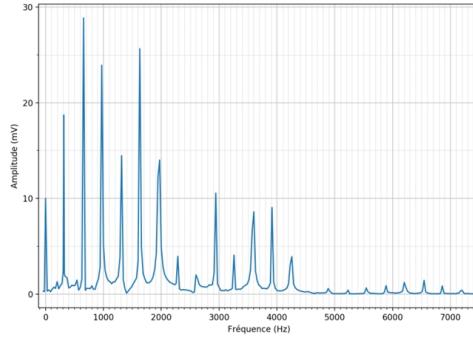


Figure 6 Spectre du signal d'entrée

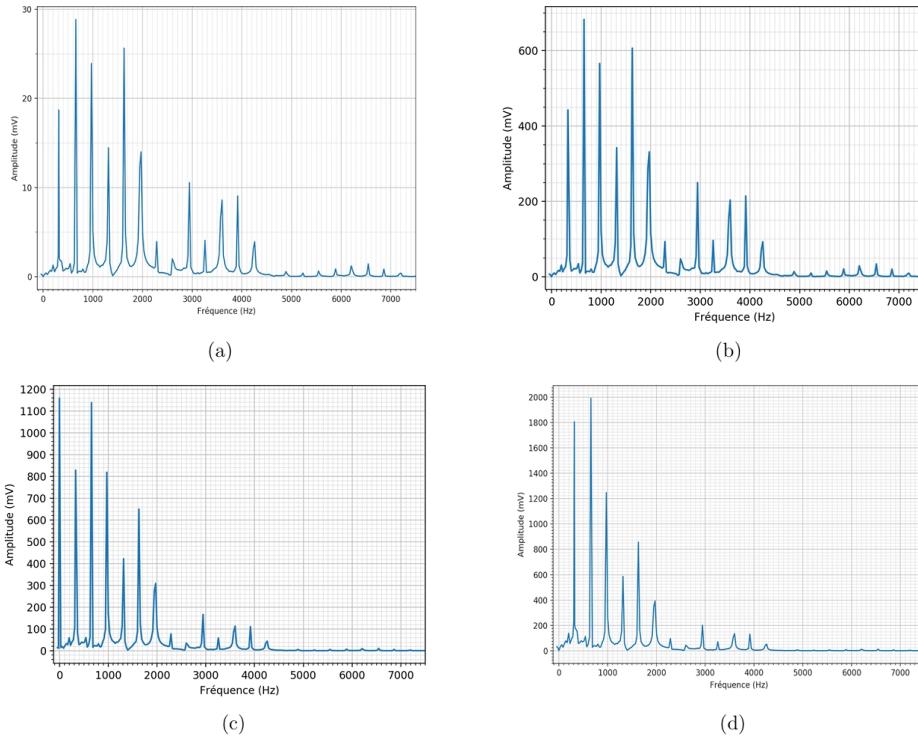


Figure 7 Spectres

I.F - Retour sur le filtre sélectif commandé

Regardons plus en détails la manière de fabriquer le filtre (F_c) dont la fréquence centrale est commandée par un signal carré externe. On utilise pour cela un filtre à capacité commutée.

Soit un condensateur de capacité C aux bornes duquel on applique une tension u_C .

Q 31. Rappeler l'expression de la charge q transférée au condensateur en fonction de C et u_c . On précisera, à l'aide d'un schéma, les conventions utilisées.

On monte maintenant le condensateur de capacité C_k entre deux interrupteurs commandés notés K_A et K_B , comme l'indique la figure 9.

On fait les hypothèses suivantes.

- Les interrupteurs sont idéaux (d'impédance infinie quand ils sont ouverts et nulle quand ils sont fermés).
- Ils sont toujours dans des états complémentaires : si K_A est ouvert, alors K_B est fermé et inversement.
- Ils sont commandés de manière périodique par un signal extérieur (signal u_{ref} carré périodique de fréquence f_k (période T_k)) de telle sorte que :
- sur l'intervalle $[0, T_k/2]$: K_A est fermé et K_B ouvert ;
- sur l'intervalle $[T_k/2, T_k]$: K_A est ouvert et K_B fermé.
- Les condensateurs ont le temps de se charger/décharger sur chaque intervalle de temps. - La période T_k est faible devant tous les autres temps caractéristiques.

Q 32. Donner les expressions de q_1 et q_2 , les charges portées par l'armature du condensateur reliée directement au point B respectivement sur l'intervalle $[0, T_k/2]$ et $[T_k/2, T_k]$. On précisera les conventions utilisées.

On en déduit $\delta q = q_2 - q_1$ la charge transférée de l'entrée vers la sortie en une période.

Q 33. À quoi est alors égale la charge totale Q transférée de l'entrée vers la sortie en un temps $t \gg T_k$?

Q 34. En déduire l'expression de l'intensité moyenne I_m associée à ce transfert en fonction de V_A , V_B , C_k et f_k .

Q 35. Pourquoi peut-on en conclure que ce dipôle AB se comporte comme une résistance R_k ? Donner l'expression de cette résistance en fonction de f_k et C_k .

La capacité commutée se comporte donc comme une résistance R_k dont la valeur est commandée par un signal extérieur et plus exactement par la fréquence f_k de ce signal.

Q 36. Expliquer qualitativement comment utiliser cette capacité commutée pour créer des filtres dont la fréquence caractéristique est réglée par le signal de référence u_{ref} et, en particulier, un filtre du type recherché pour (F_c).

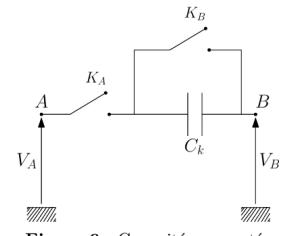


Figure 9 Capacité commutée