# Comment aborder un problème de mécanique du point ?

## 1. Les bases

0) BIEN LIRE L'ÉNONCÉ !
1) Choisir le système étudié, le plus souvent assimilé à un point matériel $M$ de masse m.
2) Choisir un référentiel d'étude $R$ galiléen (référentiels non galiléens hors programme)
3) Faire un DESSIN :

- **propre** et assez gros
- avec $M$ en une **position quelconque repérée** par $x$ ou $\theta$ ou...(donc pas en un point particulier : à l'origine, à l'équilibre...)
- avec **toutes** les forces s'appliquant sur $M$, et uniquement sur lui (ne pas oublier les tensions de fil, les réactions de support ou d'axe)
- avec des angles **petits, positifs** (environ 20°) pour faciliter les projections

4) Choisir la base de projection adaptée au problème : c'est celle qui facilite la description du mouvement (cf. suite). Rajouter les vecteurs de base sur le dessin

## 2. Comment choisir la base la plus adaptée ?

Il faut considérer la nature du mouvement. On choisira de préférence :
- Une base **cartésienne** pour un mouvement **rectiligne** (ex : ressort, mouvement sur plan incliné) ou **balistique** (ex : chute libre avec ou sans frottement).
- La base **polair**e pour un mouvement **circulaire** (ex : pendule simple, esquimau sur igloo hémisphérique).
- La base **cylindrique** pour un mouvement présentant une **symétrie de révolution autour d'un axe** (ex : mouvement hélicoïdal)

## 3. Comment déterminer les équations différentielles du mouvement ?

⇒ Plusieurs degrés de liberté : on projette le PFD dans la base la plus adaptée (ex : tir balistique).

⇒ Un degré de liberté , au choix : $\begin{cases} \text{- projection du PFD selon l'axe du mouvement} \\ \text{- théorème de la puissance cinétique } \frac{dE_C}{dt} = P_{\text{totale}} \\ \text{- forme différentielle du TEM } \frac{dE_m}{dt} = P^{nc} \\ \text{- En rotation, théorème du moment cinétique } \dfrac{d\vec{L}_O}{dt} = \Sigma \vec{M}_O(\vec{F}) \end{cases}$

Souvent les méthodes énergétiques sont plus simples (pas de projections...)

## 4. Comment déterminer les équations horaires du mouvement ?

On résout les équations différentielles du mouvement, on détermine les **constantes d'intégration** (Ne pas les oublier !!!) avec les CI.

Attention, quand une équation fait intervenir une inconnue (force, autre variable) , on ne peut pas la résoudre ! Résister à la tentation de multiplier par $t$ !!

## 5. Comment déterminer l'équation d'une trajectoire ?

A partir des équations horaires, on élimine le paramètre temps.

## 6. Quand utiliser le théorème de l'énergie cinétique ?

- Pour calculer la vitesse en un point particulier.
- Pour obtenir une "intégrale première du mouvement", car ...
- Par dérivation, on peut obtenir l'équation différentielle d'un mouvement à 1 degré de liberté.

## 7. Quand est-il préférable d'utiliser le théorème de l'énergie mécanique ?

Quand il n'y a pas de forces de frottements : $E_m = C$te.

- Entre 2 points $A$ et $B$ : $E_m(A) = E_m(B)$, soit : $E_p(A) + E_c(A) = E_p(B) + E_c(B)$
- La dérivation de cette équation (intégrale 1$^{\text{ère}}$ du mouvement) peut conduire à l'équation différentielle du mouvement.

## 8. Comment déterminer les composantes de la réaction d'un support ?

1) On projette le P.F.D. dans la base adaptée au problème.
2) On décompose la réaction :$\vec{R} = \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T}$

$$\begin{cases} \text{- } \overrightarrow{R_N} \text{ : réaction normale, perpendiculaire au support} \\ \quad \text{Condition de contact : } R_N > 0. \\ \text{- } \overrightarrow{R_T} \text{ : réaction tangentielle ou force de frottement solide tangente au support en } M \text{ et s'oppose au mouvement.} \\ \quad \text{Contact sans frottements : } \overrightarrow{R_T} = \overrightarrow{0} \end{cases}$$

3) Lorsqu'il y a des frottements solides, $\begin{cases} \text{- M immobile : } \left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < \mu_S \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|, \mu_{\text{s}} \text{ : coefficient de frottement statique.} \\ \text{- M en mouvement : } \left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = \mu_D \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|, \mu_{\text{D}} \text{ : coefficient de frottement dynamique.} \end{cases}$

## 9. Comment calculer le travail d'une force ?

• Force conservative (dérivant de Ep connue) : $W_{A\to B} = -\left(E_p(B) - E_p(A)\right)$
Cas particulier important :

$$\boxed{\text{Travail du poids : } W_{A\to B} = \pm mgh, \ h \text{ hauteur séparant A et B}}$$

Le signe $\pm$ est donné par le bon sens : Le poids est moteur en "descente" et résistant en "montée". Cette formule permet d'éliminer les erreurs dues à l'orientation de l'axe vertical....

• Force constante $\underset{A\to B}{W} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

• Force de frottement de norme constante $\underset{A\to B}{W} = -\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| \times$ distance parcourue entre $A$ et $B$

## 10. Exemple : Point mobile sans frottements sur une sphère

On lance à l'instant $t = 0$ un point matériel $M$ de masse $m$ avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale du sommet de la face convexe d'une sphère $(S)$, fixe de centre 0 et de rayon $a$ sur laquelle il est susceptible de glisser sans frottement. L'ensemble est placé dans le champ de pesanteur terrestre et on néglige les frottements de l'atmosphère. On note $A$ le point de la sphère situé à la verticale de $O$.
Pour chaque question, indiquer toutes les méthodes possibles et les appliquer.

1. Montrer que le mouvement est plan et définir le plan dans lequel il s'effectue.
On définit, à l'instant $t$ l'angle $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$. On suppose dans un premier temps que l'objet reste au contact de la sphère.
2. Exprimer la vitesse $v$ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction de $\theta$.
3. Déterminer la réaction de la sphère et montrer que, si la vitesse $v_0$ est suffisamment faible, le point $M$ quitte la sphère pour un angle $\theta_1$ dont on donnera l'expression. Que se passe-t-il si la vitesse $v_0$ est trop élevée ?
4. Déterminer la vitesse quand le point $M$ atteint le sol. Aurait-on pu déterminer ce résultat directement ? Comment serait qualitativement modifié ce résultat en présence de frottement ?