

## 1. Microscope de Van Leeuwenhoek

Le premier microscope de Van Leeuwenhoek, était rudimentaire et reposait sur l'utilisation d'une seule lentille boule. Après polissage d'une goutte de silice fondu, Van Leeuwenhoek, obtint des lentilles boule de rayon  $R = 0,60$  mm de centre  $C$ . L'indice optique de la silice sera noté  $n$ , les foyers objet et image de la lentille sont respectivement notés  $F$  et  $F'$ .

1/ Expliquer, à l'aide d'un schéma optique précis, l'intérêt d'introduire une telle lentille entre l'échantillon et l'observateur.

Sur la figure 2 on a représenté la trajectoire d'un rayon lumineux initialement parallèle à l'axe optique ( $Cz$ ) se propageant dans une lentille boule d'indice optique  $n$  placée dans l'air d'indice unitaire. Les rayons incidents et émergents se coupent dans un plan passant par  $C$ , perpendiculaire à l'axe ( $Cz$ ). L'étude sera menée dans l'approximation de Gauss. Les angles formés entre les rayons lumineux et les normales aux dioptrées sont notés  $i_1$ , au point  $I$  en entrée de la lentille et  $i_2$  à l'extérieur de la lentille au point  $J$ , en sortie. De même, les angles intérieurs seront notés  $r_1$  et  $r_2$ . L'angle  $\widehat{F'CF}$  est noté  $\beta_r$  et l'angle de déviation  $\widehat{CFJ}$  sera noté  $\beta$ .

2/ Déterminer la relation entre  $i_1$  et  $i_2$ . Exprimer  $i_1$  en fonction de  $x$  et  $R$ . Exprimer  $\beta_r$  en fonction de  $i_1$  et  $n$ , puis en fonction de  $x$ ,  $R$  et  $n$ . Exprimer  $\beta$  en fonction de  $i_1$  et  $\beta_r$  puis de  $x$ ,  $R$  et  $n$ . En déduire la distance focale  $f'_L$  définie comme la distance  $\overline{CF'}$  sur la figure 2 en fonction  $n$  et  $R$ . Estimer enfin numériquement  $f'_L$  en prenant  $n = 1,5$ .

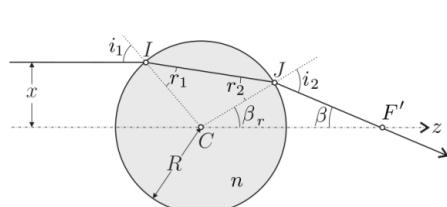


FIGURE 2 – Lentille boule

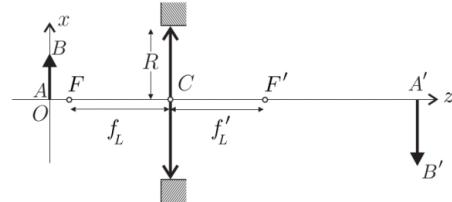


FIGURE 3 – Lentille mince équivalente à la lentille boule

Dans toute la suite, ( $Ox$ ) désigne la direction transverse à l'axe optique contenant l'objet étudié. On limite l'étude au plan ( $Ox, Oz$ ) et on prendra  $f'_L = 1,0$  mm. On utilise à présent un modèle de lentille mince équivalente à la lentille boule, possédant la même distance focale  $f'_L$  et le même rayon  $R$ . Celle-ci est représentée sur la figure 3. On rappelle que la relation de conjugaison pour une lentille mince de centre  $C$  dans l'approximation de Gauss s'écrit :

$$\frac{1}{CA'} - \frac{1}{CA} = \frac{1}{CF'}$$

Le grandissement transversal  $\gamma$  d'un système optique est défini comme le rapport de la taille de l'image et de la taille de l'objet  $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ , tous deux orientés transversalement à l'axe optique. Une des normes actuelles est d'imposer une distance  $\ell = 195$  mm sur l'axe optique entre un objet et son image à travers l'objectif.

3/ Déterminer l'expression de  $\overline{CA}$  en fonction de  $\ell$  et  $f'_L$  pour que le grandissement transversal du microscope de Van Leeuwenhoek soit supérieur à 1 en valeur absolue dans l'approximation de Gauss. On a ici  $\ell \gg 4f'_L$ , en déduire une expression approchée de  $\gamma$ .

## 2. Observations optiques de Jean Perrin

Les études théoriques sur le mouvement brownien, proposées par Albert Einstein en 1905 et complétées par celles de Paul Langevin en 1908, ont été spectaculairement confirmées par une série d'une dizaine d'expériences réalisées entre 1907 et 1909 par Jean Perrin dont nous fêtons le 150<sup>e</sup> anniversaire de naissance. Ces études sont les piliers de l'acceptation de l'existence des atomes par la communauté scientifique. Elles ont clos la «controverse atomiste» ouverte par les Grecs six siècles avant notre ère !

Lors de ses expériences Jean Perrin doit compter ou suivre le mouvement de très petits grains : il doit donc utiliser un microscope. Un microscope est constitué de deux lentilles minces convergentes utilisées dans les conditions de Gauss : un objectif,  $L_1$ , de focale  $f'_1$  et un oculaire,  $L_2$ , de focale  $f'_2$ . La distance  $\overline{F'_1F_2}$ , entre le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire, est l'intervalle optique  $\Delta$ . Les ordres de grandeur usuels sont tels que :  $f'_1 = 1$  mm,  $f'_2 = 2$  cm et  $\Delta = 15$  cm par exemple. L'oculaire  $L_2$  fournit une image à l'infini. On observe un objet  $AB$  situé à proximité de  $F_1$  et perpendiculaire à l'axe optique. L'image intermédiaire  $A_1B_1$  est telle que  $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1$ . L'image finale  $A_2B_2$  est telle que  $A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$ . L'ensemble est représenté sur la figure 3.

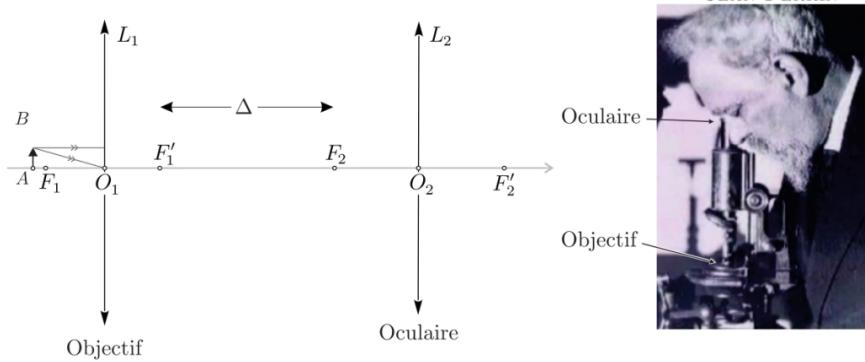


FIGURE 3 – Schéma d'un microscope (à gauche) – JEAN PERRIN observant les grains (à droite)

Dans tout ce problème, les grains suivis seront supposés identiques, de forme sphérique, de rayon  $R_b = 0,2\mu\text{ m}$  et de masse volumique  $\mu_b = 1,2 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

4/ Rappeler ce que sont les conditions de Gauss et les deux propriétés qu'elles impliquent pour une lentille mince.

5/ Sur un schéma clair, sans forcément respecter d'échelle, tracer les rayons issus d'un objet  $AB$  tel que  $|AO_1| \geq f'_1$  et ressortant de  $L_2$  afin de former une image à l'infini. On pourra reproduire et compléter le schéma de la partie gauche de la figure 3.

6/ Justifier, grâce à une évaluation d'ordres de grandeur, que l'objet  $AB$  se trouve quasiment sur le foyer  $F_1$  de l'objectif, tout en restant en amont ( $\overline{AF_1} > 0$ ). Quel est l'intérêt pour un observateur dont la vision n'a pas de défaut, d'observer une image à l'infini ? Où se forme alors l'image intermédiaire  $A_1B_1$  ? Où se formerait-elle si  $\overline{AF_1} < 0$  ?

On définit la puissance intrinsèque d'un microscope par :  $P_i = \frac{\alpha'}{AB}$ . Son unité est la dioptrie, égale à  $1 \text{ m}^{-1}$ . L'angle  $\alpha'$  est l'angle sous lequel l'objet  $AB$  est vu en sortie de l'instrument, comme indiqué sur la figure 4.

7/ Compte tenu des données numériques précédentes, exprimer  $P_i$  en fonction de  $\Delta$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ . Évaluer la puissance d'un microscope permettant d'observer les grains de gomme-gutte étudiés par Jean Perrin. Un microscope usuel peut-il permettre d'observer les grains avec un œil supposé emmétrope ?

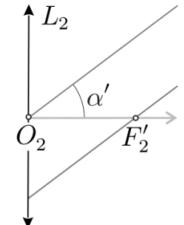


FIGURE 4 – Angle  $\alpha'$